

III 2 (Teste)

2. Se consideră expresia $E(x) = (2x-1)^2 - (2x-4)(x+2) + (x+3)^2$, unde x este număr real.

(2p) a) Arată că $E(x) = 3x^2 + 2x + 18$, pentru orice număr real x .

(3p) b) Demonstrează că numărul natural $A = E(n) + n$ este multiplu de 6, pentru orice număr natural n .

2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{2x^2 - 7x - 17}{x^2 - 10x + 21} - \frac{x+1}{x-7} \right) : \frac{1}{x^2 - 9}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, 3, 7\}$.

(2p) a) Arată că $x^2 - 10x + 21 = (x-3)(x-7)$, pentru orice număr real x .

(3p) b) Demonstrează că $E(x) = (x+2)(x+3)$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, 3, 7\}$.

2. Se consideră expresia $E(x) = \left(x - \frac{1}{2-x} \right) : \frac{x^3 - 2x^2 + x}{x^2 - 7x + 10}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{0, 1, 2, 5\}$.

(2p) a) Arată că $x^2 - 7x + 10 = (x-2)(x-5)$, pentru orice număr real x .

(3p) b) Demonstrează că $E(x) = \frac{x-5}{x}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{0, 1, 2, 5\}$.

2. Se consideră expresia $E(x) = (x+4)^2 + (x-1)^2 - (\sqrt{2}x+3)(\sqrt{2}x-3)$, unde x este număr real.

(2p) a) Demonstrează că $E(x) = 6x + 26$, pentru orice număr real x .

(3p) b) Calculează $A - B$, unde $A = E(1) + E(3) + \dots + E(11)$ și $B = E(2) + E(4) + \dots + E(10)$.

2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{2x}{3} + \frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{3} + \frac{5}{2}\right)^2 - x\left(\frac{x}{3} + 1\right)$, unde x este număr real.

(2p) a) Arată că $E(x) = -2x - 6$, pentru orice număr real x .

(3p) b) Determină numerele naturale a pentru care $E(a) > -10$.

2. Se consideră expresia $E(x) = (x+1)^2 - 2(x^2 - 1) + (x-1)^2 - x^2$, unde x este număr real.

(2p) a) Arată că $E(x) = (2+x)(2-x)$, pentru orice număr real x .

(3p) b) Arată că numărul $A = E(\sqrt{2}) + E(-\sqrt{2}) - 7$ aparține intervalului $[-\sqrt{10}, -2\sqrt{2}]$.

2. Se consideră expresia $E(x) = (x+1)^2 + 2(x+1)(x-2) + (x-2)^2$.

(2p) a) Arată că $E(x) = (2x-1)^2$, pentru orice număr real x .

(3p) b) Determină numărul natural a pentru care $E(\sqrt{2}) + a\sqrt{2}$ reprezintă un număr natural.

2. Se consideră expresia $E(x) = (x+3)^2 - 2(x^2 + 3x) + (x+1)^2$, unde x este număr real.

(2p) a) Arată că $E(x) = 2x + 10$, pentru orice x număr real.

(3p) b) Determină numărul întreg a pentru care $E(a-2) + a = 0$.

2. Se consideră expresia $E(x) = (3x-1)^2 - 7(x+1)(x-2) - (x+3)^2$, unde x este număr real.

(2p) a) Arată că $(x+1)(x-2) = x^2 - x - 2$, pentru orice număr real x .

(3p) b) Demonstrează că $E(x) = (x-2)(x-3)$, pentru orice număr real x .

2. Se consideră expresia $E(x) = (3x+4)^2 - (2x+1)^2$, unde x este număr real.

(2p) a) Arată că $E(1) + E(-1) = 40$.

(3p) b) Demonstrează că $E(n)$ este multiplu al lui 5, pentru orice număr natural n .

2. Se consideră expresia $E(x) = (x-1)^2 - (x-2)^2 + (1-x)^2 - (2-x)^2$, unde x este număr real.

(3p) a) Arată că $E(x) = 4x - 6$, pentru orice număr real x .

(2p) b) Rezolvă în mulțimea numerelor reale inecuația: $2 - E(x) \leq 0$.

2. Se consideră expresia $E(x) = 2(x+3)^2 - (2+x)(x-2) - 2(5x+7)$, unde x este număr real.

(2p) a) Arată că $E(-2) - 8 = 0$.

(3p) b) Demonstrează că $E(x) \geq 7$, pentru orice număr real x .

2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{x}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}\right)^2 - x\left(\frac{x}{2} - \sqrt{2}\right) - \sqrt{2}(1 - \sqrt{2})x$, unde x este număr real.

(2p) a) Arată că $E(0) = 2$.

(3p) b) Arată că numărul $N = E(n) + 2 \cdot E(2n) + 1485$ este divizibil cu 7, pentru orice număr întreg n .

2. Se consideră expresia $E(x) = 2(x+3)^2 - (2+x)(x-2) - 2(5x+7) - 7$, unde x este număr real.

(3p) a) Arată că $E(\sqrt{3}-1) = 3$.

(2p) b) Demonstrează că $E(-1) \cdot E(0) \cdot E(1) \cdot E(2) \cdot \dots \cdot E(2021) = 0$.

2. Se consideră expresia $E(x) = (x\sqrt{2} - 3)(x\sqrt{2} + 3) - (2x+3)^2 + 2x(x+6,5) + 18$, unde x este număr real.

(3p) a) Demonstrează că $E(x) = x$, pentru orice număr real x .

(2p) b) Demonstrează că numărul $N = E(1) + E(2) + E(3) + \dots + E(49)$ este pătratul unui număr natural.

2. Se consideră expresia $E(x) = (x-1)^2 + (x+4)(x-3) - 2(x^2-4)$, unde x este număr real.

(2p) a) Arată că $x^2 + x - 12 = (x+4)(x-3)$, pentru orice număr real x .

(3p) b) Demonstrează că $E(x) = -x - 3$, pentru orice număr real x .

2. Se consideră numerele: $a = 2021 - 2021^0 - (-1)^{2021}$ și $b = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{3}{\sqrt{2}}$.

(2p) a) Arată că $a = 2021$.

(3p) b) Arată că numărul $N = ((a-b)^2 - (a+b)^2) \cdot b$ este întreg.

2. Se consideră expresia $E(x) = (1 + 2\sqrt{3}x)(2\sqrt{3}x - 1) - 2(2x + 1)^2 - (4x + 1)(x - 3) + 1 - x$, unde x este număr real.

(3p) a) Arată că $E(x) = 2x + 1$, pentru orice număr real x .

(3p) b) Determină numerele naturale a pentru care $E(a) \leq 3\sqrt{5}$.

2. Se consideră expresia $E(x) = (2x + 1)^2 + (2x - 1)^2 - 4(2x^2 - 1)$, unde x este număr real.

(2p) a) Calculează $E(10)$.

(3p) b) Determină cel mai mic număr natural nenul n pentru care $n \cdot E(10) \cdot E(11) \cdot \dots \cdot E(100)$ este pătratul unui număr natural.

2. Se consideră expresia $E(x) = (x + 2021)^2 - 10(x + 2021) + 21$, unde x este număr real.

(2p) a) Arată că $x^2 - 10x + 21 = (x - 3)(x - 7)$, pentru orice număr real x .

(3p) b) Demonstrează că $E(-2018) \cdot E(-2019) \cdot E(-2020) \cdot E(-2021) = 0$.

2. Se consideră numerele: $a = -\frac{1}{2} + \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$ și $b = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 1\right) \cdot \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

(2p) a) Arată că $a = \frac{5}{6}$.

(3p) b) Arată că numărul $N = 2a - 5b$ este natural.

2. Se consideră expresia $E(x) = (x+1)^2 + 2(x-1)^2 - 3(x^2-1)$, unde x este număr real.

(2p) a) Arată că $E(x) = 6 - 2x$, pentru orice număr real x .

(3p) b) Determină mulțimea numerelor reale x , pentru care $E(x) < x$.

2. Se consideră expresia $E(x) = (x+1)^2 - (-x-1)^2 + x^2 + 2x + 1$, unde x este număr real.

(2p) a) Arată că $E(x) = (x+1)^2$, pentru orice număr real x .

(3p) b) Arată că $E(x) > x$, pentru orice număr real x .

2. Se consideră expresia $E(x) = 3(x+2)^2 - 2(4x-3-x^2) + 7(3x+2) - 2$, unde x este număr real.

(2p) a) Arată că $E(x) = 5x^2 + 25x + 30$, pentru orice număr real x .

(3p) b) Demonstrează că numărul natural $E(n)$ este divizibil cu 10, pentru orice număr natural n .

2. Se consideră expresia $E(x) = (2x+1)^2 - (2x+3)(2x-3) + (2x-3)^2$, unde x este număr real.

(2p) a) Arată că $E(x) = 4x^2 - 8x + 19$, pentru orice număr real x .

(3p) b) Determină cel mai mare număr natural A , știind că $E(x) \geq A$, pentru orice număr real x .

2. Se consideră expresia $E(x) = (4x+3)^2 + (2x-4)(4x+3) + (x-2)^2$, unde $x \in \mathbb{R}$.

(2p) a) Verifică dacă $E(-3)$ este pătratul unui număr natural.

(3p) b) Determină numărul natural n pentru care $\sqrt{E(n)} \leq 3$.

2. Se consideră expresia $E(x) = (2x+1)^2 + (2x-1)^2 - 4(2x^2+3x)$, unde x este număr real.

(2p) a) Arată că $E(x) = 2 - 12x$, pentru orice număr real x .

(3p) b) Determină numerele naturale a pentru care $-10a + 2 - E(a) \leq 2\sqrt{3}$.

2. Se consideră expresia $E(x) = (x+2)^2 - (x-2)^2$, unde x este număr real.

(2p) a) Arată că $E(x) = 8x$, pentru orice număr real x .

(3p) b) Demonstrează că numărul natural $A = E(n^2) + E(n)$ este multiplu al lui 16, pentru orice număr natural n .

2. Se consideră expresia $E(x) = (-x + x^2)^2 + 4x^3$, unde x este număr real.

(2p) a) Arată că $E(-1) = E(0)$.

(3p) b) Determină numărul natural nenul n , știind că $\frac{1}{\sqrt{E(1)}} + \frac{1}{\sqrt{E(2)}} + \frac{1}{\sqrt{E(3)}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{E(n)}} = \frac{2021}{2022}$.

2. Se consideră expresia $E(x) = (5x + 3)^2 - (3x + 4)^2$, unde x este număr real.

(2p) a) Arată că $E(x) = (2x - 1)(8x + 7)$, pentru orice număr real x .

(3p) b) Dacă numărul natural n **nu** este divizibil cu 3, atunci arată că $E(n)$ este divizibil cu 3.

2. Se consideră expresia $E(x) = 3(x - 2) \cdot (x + 2) - (x - 3)^2 - 9(x - 1) + 3$, unde x este număr real.

(2p) a) Arată că $E(x) = (x - 3)(2x + 3)$, pentru orice număr real x .

(3p) b) Determină numărul natural n pentru care $E(n)$ este număr prim.

2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{2}{x-2} + \frac{x}{x+2} \right) : \frac{x^2+4}{x^2-x-2}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, -1, 2\}$.

(2p) a) Arată că $E(x) = \frac{x+1}{x+2}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, -1, 2\}$.

(3p) b) Determină numerele întregi a pentru care $E(a) \in \mathbb{Z}$.

2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{x^2 - 9}{x^2 - 16} - 1 \right) : \left(\frac{1}{x+4} + \frac{1}{x-4} - \frac{3}{x^2 - 16} \right)$, unde x este număr real, $x \neq -4$, $x \neq 4$ și $x \neq \frac{3}{2}$.

(2p) a) Arată că $E(x) = \frac{7}{2x-3}$, unde x este număr real, $x \neq -4$, $x \neq 4$ și $x \neq \frac{3}{2}$.

(3p) b) Determină numerele naturale n pentru care $E(n)$ este număr natural.

2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{x+2} \right) : \frac{x+3}{5(x+1)}$, unde x este număr real, $x \neq -3$, $x \neq -2$ și $x \neq -1$.

(2p) a) Arată că $\frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{x+2} = \frac{1}{x+1}$, pentru orice număr real x , $x \neq -2$ și $x \neq -1$.

(3p) b) Determină suma soluțiilor ecuației $E(x) = \frac{x-3}{8}$, unde x este număr real, $x \neq -3$, $x \neq -2$ și $x \neq -1$.

2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{x+1} - \frac{3}{x+2} \right) : \frac{2x+1}{x^2+3x+2}$, unde x este număr real, $x \neq 0$, $x \neq -1$, $x \neq -2$ și $x \neq -\frac{1}{2}$.

(2p) a) Arată că $x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2)$, pentru orice număr real x .

(3p) b) Dacă n este număr natural par, nenul, arată că numărul $N = \frac{1}{E(n)}$ este natural.

2. Se consideră expresia $E(x) = (2x+3)^2 + (x-2)(x+2) - 3(1-x) + 2$, unde x este număr real.

(2p) a) Arată că $E(0) = 4$.

(3p) b) Arată că numărul $N = E(n) + 6$ este divizibil cu 10, pentru orice număr natural n .

2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{x}{9+3x} - \frac{2}{x+3} + \frac{3}{x^2+3x} \right) : \left(\frac{x}{3} + \frac{3}{x} - 2 \right)$, unde x este un număr real, $x \neq -3$, $x \neq 0$ și $x \neq 3$.

(2p) a) Arată că $\frac{x}{9+3x} - \frac{2}{x+3} + \frac{3}{x^2+3x} = \frac{(x-3)^2}{3x(x+3)}$, pentru orice număr real x , $x \neq -3$ și $x \neq 0$.

(3p) b) Determină numărul natural n pentru care $5 \cdot E(n)$ este număr natural.

2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{x-1}{x+1} + \frac{x+1}{x-1} - 2 \right) : \frac{4}{x^2+x-2}$, unde x este număr real, $x \neq -2$, $x \neq -1$ și $x \neq 1$.

(2p) a) Arată că $(x-1)(x+2) = x^2 + x - 2$, pentru orice număr real x .

(3p) b) Arată că numărul $N = \sqrt{E(2) \cdot E(3) \cdot \dots \cdot E(9) \cdot E(10)}$ este natural.

2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{x+4}{x-3} - \frac{x-3}{x+4} + \frac{49}{x^2+x-12} \right) : \frac{7}{x-3}$, unde x este număr real, $x \neq -4$ și $x \neq 3$.

(2p) a) Arată că $x^2 + x - 12 = (x-3)(x+4)$, pentru orice număr real x .

(3p) b) Arată că numărul $N = \sqrt{E(2) + E(4) + E(6) + \dots + E(16)}$ este natural.

2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{2}{x-2} + \frac{x}{x+2} \right) : \frac{x^2+4}{x^2+4x+4}$, unde x este număr real, $x \neq -2$ și $x \neq 2$.

(2p) a) Arată că $\frac{2}{x-2} + \frac{x}{x+2} = \frac{x^2+4}{(x-2)(x+2)}$, pentru orice număr real x , $x \neq -2$ și $x \neq 2$.

(3p) b) Determină numerele naturale n , $n \neq 2$, pentru care $N = E(n) - 1$ este număr natural.

2. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{1}{x^2-3x+2} + \frac{1}{x-1} \right) \cdot (x^2-4)$, unde x este număr real, $x \neq 1$ și $x \neq 2$.

(2p) a) Arată că $x^2-3x+2 = (x-1)(x-2)$, pentru orice număr real x .

(3p) b) Determină numerele întregi n , $n \neq 1$ și $n \neq 2$, pentru care $N = \frac{5}{E(n)}$ este număr natural.
