<u>III 3 (Teste)</u>

3. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x-2$.

(2p) a) Arată că $f(3)-f(-3)=6$.

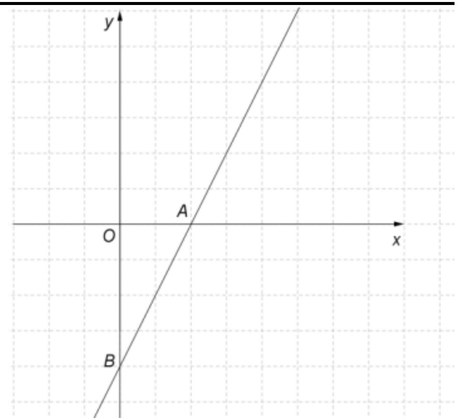
(3p) b) În sistemul de axe ortogonale xOy, determină distanța de la punctul $C(-2,0)$ la reprezentarea grafică a funcției f.

---

3. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=2x-4$.

(2p) a) Calculează $f(0)+f(2)$.

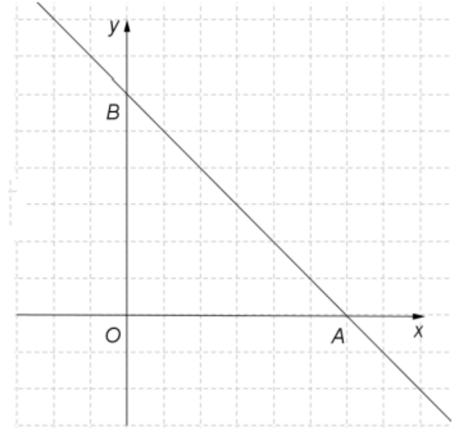
(3p) b) Știind că A și B sunt punctele de intersecție a reprezentării grafice a funcției f cu axele Ox, respectiv Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy, determină coordonatele mijlocului segmentului AB.



3. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=-x+6$.

(2p) a) Calculează $f(0)\cdot f(6)$.

(3p) b) Reprezentarea geometrică a graficului funcției f intersectează axele Ox și Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy în punctele A, respectiv B. Determină distanța de la punctul O la dreapta AB.

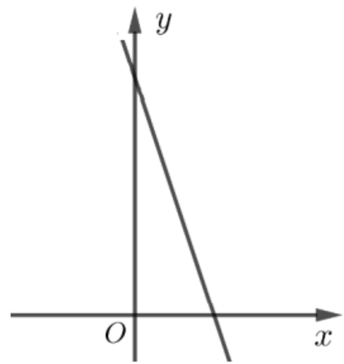


---

3. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=-3x+5$.

(2p) a) Arată că $f(3)+f(0)=1$.

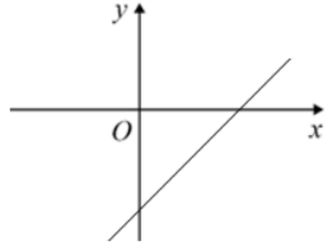
(3p) b) În sistemul de axe ortogonale xOy se consideră punctele A și B situate pe reprezentarea geometrică a graficului funcției f. Știind că punctul A are abscisa 3 și punctul B are ordonata 5, determină distanța dintre punctele A și B.



3. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x-\sqrt{2}$.

(2p) a) Arată că $f(1)+\sqrt{2}=1$.

(3p) b) Determină aria triunghiului delimitat de reprezentarea grafică a funcției f și de axele Ox și Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy.



---

3. Se consideră numerele reale $a=\left(\frac{2}{3}+\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}\right):\frac{31}{12}$ și $b=\frac{3}{\sqrt{2}}:\left(5\sqrt{2}-3a\sqrt{8}\right)$.

(2p) a) Arată că $a=\frac{1}{2}$.

(3p) b) Arată că numărul $N=\frac{\sqrt{2a+4b}}{2}$ este natural.

---

3. Se consideră numerele $x=\left(\frac{8}{\sqrt{18}}+\frac{6}{\sqrt{2}}\right)\cdot\frac{\sqrt{2}}{13}$ și $y=\left(\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{5}{\sqrt{147}}\right):\frac{\sqrt{3}}{14}$

(2p) a) Arată că $x=\frac{2}{3}$.

(3p) b) Arată că suma numerelor x și y este număr natural.

---

3. Fie numerele $a=\sqrt{175}-\sqrt{98}-\sqrt{63}+3\sqrt{50}$ și $b=\sqrt{28}-\sqrt{112}+\sqrt{162}+\sqrt{2}-\sqrt{8}$.

(2p) a) Arată că $a=2\sqrt{7}+8\sqrt{2}$.

(3p) b) Calculează media geometrică a numerelor a și b .

---

3. Se consideră numerele reale $x=\left(\frac{2}{\sqrt{12}}+\frac{9}{\sqrt{27}}+\frac{6}{\sqrt{108}}\right)\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-1}$ și $y=\left(5^6\right)^3\cdot 25^3:125^8$.

(2p) a) Arată că $x=5$.

(3p) b) Arată că produsul numerelor x și y este un număr natural prim.

---

3. Se consideră numerele reale $x=\left(\frac{8}{\sqrt{18}}+\frac{6}{\sqrt{2}}\right)\cdot\frac{\sqrt{2}}{13}$ și $y=\left(\frac{5}{\sqrt{147}}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right):\frac{\sqrt{3}}{14}$.

(2p) a) Arată că $x=\frac{2}{3}$.

(3p) b) Arată că numărul $N=|y-x|$ este natural.

---

3. Se consideră numerele reale $a=\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{5}\right):\frac{1}{2}$ și $b=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)$.

(2p) a) Arată că $a=\frac{16}{15}$.

(3p) b) Arată că numărul a este de 16 ori mai mare decât numărul b .

---

3. Se consideră numărul întreg $a = 2^{2048} - 2048^2$.

(2p) a) Arată că la împărțirea numărului 2048 cu 64 câtul este egal cu 2^5.

(3p) b) Arată că numărul a este un număr natural.

---

3. Se consideră numerele $x = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right) \cdot \frac{3}{2}$ și $y = 16^2 : \left(2^2\right)^3 : 2$.

(2p) a) Arată că $x = 1$.

(3p) b) Arată că $(x - y)^{2022} + (x - y)^{2021} = 0$.

---

3. Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x - 3$.

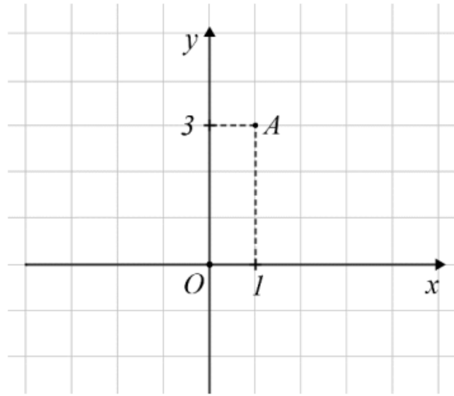
(2p) a) Arată că punctul $A\left(\sqrt{3} + \frac{3}{2}, \sqrt{3} - \frac{3}{2}\right)$ aparține reprezentării geometrice a graficului funcției f în sistemul de coordonate xOy.

(3p) b) Demonstrează că dreapta ce trece prin originea sistemului de coordonate xOy și prin mijlocul segmentului cu capetele în punctele de intersecție ale reprezentării geometrice a graficului funcției f cu axele de coordonate este perpendiculară pe acest segment.

---

3. Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+2$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=-x+4$.

(2p) a) Demonstrează că punctul $A(1,3)$ este punctul de intersecție a reprezentărilor geometrice ale graficelor funcțiilor f și g în sistemul de axe ortogonale xOy.



(3p) b) Demonstrează că, în sistemul de axe ortogonale xOy, distanța dintre punctele B și C care reprezintă intersecția reprezentării geometrice a graficului funcției f, respectiv g, cu axa Ox este egală cu dublul distanței de la punctul $A(1,3)$ la axa Ox.

---

3. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{4}{3}x+4$.

(2p) a) Calculează $f(0)+f(-3)$.

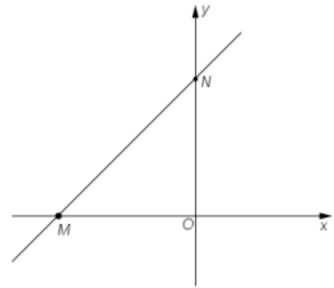
(3p) b) Știind că A și B sunt punctele de intersecție a reprezentării grafice a funcției f cu axele Ox, respectiv Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy, determină coordonatele punctelor M, situate pe axa Oy, astfel încât segmentele AB și BM să aibă aceeași lungime.

---

3. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+1$.

(2p) a) Arată că $f(1)+f(3)=2\cdot f(2)$.

(3p) b) Reprezentarea geometrică a graficului funcției f intersectează axele Ox și Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy în punctele M, respectiv N. Determină coordonatele simetricului punctului M față de punctul N.



---

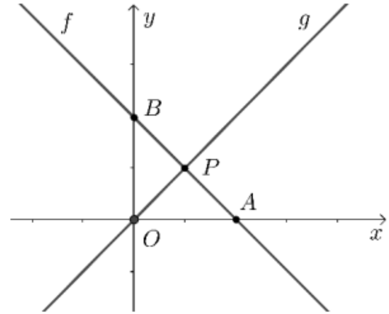
3. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{3}{2}x+2$.

(2p) a) Arată că $f(-2)+f(2)=4$.

(3p) b) Se consideră punctele $A(-2,-1)$ și $B(2,5)$ care aparțin reprezentării geometrice a graficului funcției f. Determină coordonatele punctului $M(x,y)$ situat pe axa Oy a sistemului de axe ortogonale xOy, astfel încât suma lungimilor segmentelor MA și MB să fie minimă.

---

3. Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=-x+2$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ g(x)=x$

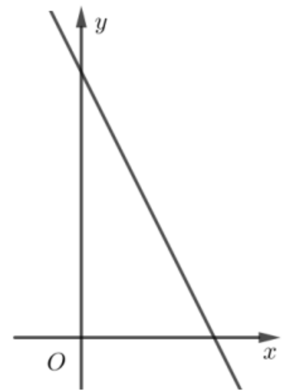


(2p) a) Argumentează că $P(1,1)$ este punctul de intersecție al reprezentărilor geometrice ale graficelor celor două funcții.

(3p) b) Calculează distanța de la originea $O(0,0)$ a sistemului de axe ortogonale xOy la reprezentarea geometrică a graficului funcției f.

---

3. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=-2x+8$.



(2p) a) Determină numărul real a, știind că punctul $A(a,2a)$ aparține graficului funcției f.

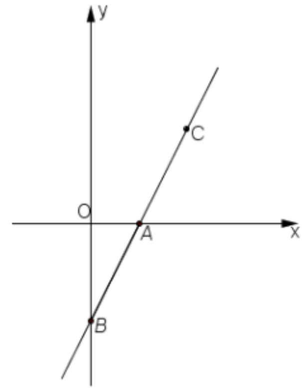
(3p) b) În sistemul de axe ortogonale xOy se consideră punctul $A(2,4)$, iar B este punctul de intersecție al graficului funcției f cu axa Oy. Determină lungimea segmentului AB.

---

3. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-3$.

(2p) a) Arată că: $f(2)+f\left(\frac{1}{2}\right)=f\left(2\cdot\frac{1}{2}\right)$.

(3p) b) Reprezentarea geometrică a graficului funcției f intersectează axele Ox și Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy în punctele A, respectiv B. Punctul C aparține reprezentării grafice a funcției f astfel încât punctul A este mijlocul segmentului BC. Calculează suma distanțelor de la punctul C la axele de coordonate.

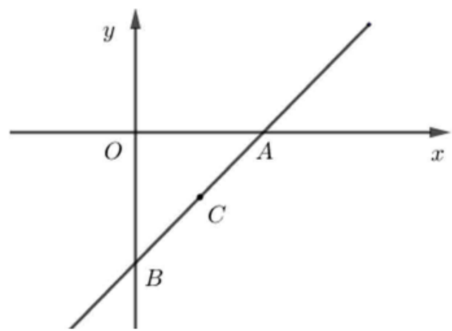


---

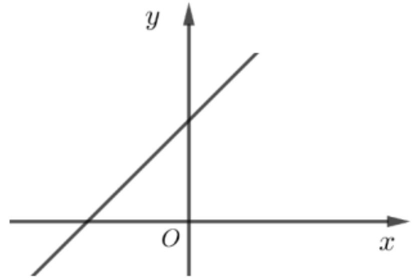
3. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-1$.

(2p) a) Arată că $f(0)+f(1)=-1$.

(3p) b) Știind că A și B sunt punctele de intersecție a reprezentării grafice a funcției f cu axele Ox, respectiv Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy, iar punctul C este mijlocul segmentului AB, calculează aria triunghiului OBC.



3. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x+2$.

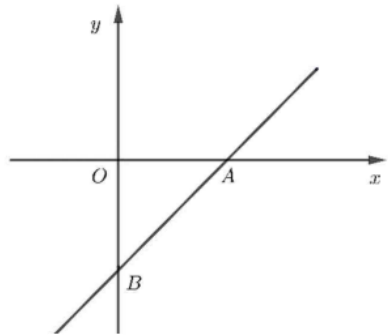


(2p) a) Arată că $f(-1)\cdot f(2019)=2021$.

(3p) b) Determină aria triunghiului delimitat de reprezentarea grafică a funcției f și de axele Ox și Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy.

---

3. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x-2$.



(2p) a) Arată că $f(2)+f(3)=1$.

(3p) b) În sistemul de axe ortogonale xOy se consideră punctul $M(1,1)$. Arată că triunghiul AMB este dreptunghic în A, unde A și B sunt punctele de intersecție a reprezentării grafice a funcției f cu axele Ox, respectiv Oy.

3. Prețul unui obiect este 500 de lei. După o ieftinire cu 12% din prețul obiectului, urmată de o ieftinire cu $p\%$ din noul preț, obiectul costă 330 de lei.

(2p) a) Arată că, după prima ieftinire, obiectul costă 440 de lei.

(3p) b) Determină numărul p.

---

3. Se consideră numerele reale $x=\sqrt{144}+2\sqrt{18}-\left(\sqrt{3}\right)^2$ și $y=\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)^2-\sqrt{72}+\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)^2-7$.

(2p) a) Arată că $x=9+6\sqrt{2}$.

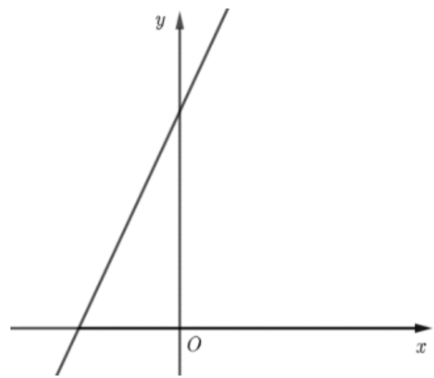
(3p) b) Arată că produsul numerelor x și y este număr natural.

---

3. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+4$.

(2p) a) Arată că $f\left(-\frac{1}{2}\right)-f\left(\frac{1}{2}\right)=-2$.

(3p) b) Calculează distanța de la originea $O(0,0)$ a sistemului de axe ortogonale xOy la reprezentarea grafică a funcției f.



---

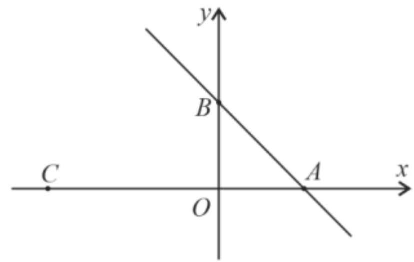
3. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-4$.

(2p) a) Reprezintă grafic funcția f în sistemul de axe ortogonale xOy din figura alăturată.

(3p) b) Determină mulțimea soluțiilor inecuației $1-f(a)\le f(4)$, unde a este număr real.

---

3. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2-x$.



(2p) a) Calculează $\dfrac{f(0)-f(2)}{2}$.

(3p) b) Știind că A și B sunt punctele de intersecție a reprezentării grafice a funcției f cu axele Ox, respectiv Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy, determină distanța dintre punctul $C(-4,0)$ și mijlocul segmentului AB.

---

3. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+3$.

(2p) a) Arată că $f\left(\sqrt{5}\right)\cdot f\left(-\sqrt{5}\right)=4$.

(3p) b) Arată că simetricul punctului $A(-3,-6)$ față de originea $O(0,0)$ a sistemului de axe ortogonale xOy aparține reprezentării grafice a funcției f.

---

3. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-6$.

(2p) a) Calculează $f(2)\cdot f(3)$.

(3p) b) În sistemul de axe ortogonale xOy se consideră punctul $M(m,0)$ și punctele A și B care sunt punctele de intersecție a reprezentării grafice a funcției f cu axele Ox, respectiv Oy. Află valorile numărului m pentru care aria triunghiului ABM este egală cu 6.

---

3. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x+2.$

(2p) *a)* Rezolvă ecuația $3\cdot f(x)=-4-2x$.

(3p) *b)* Știind că A și B sunt punctele de intersecție a reprezentării grafice a funcției f cu axele Ox respectiv Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy, iar punctul C este simetricul punctului A față de punctul B, determină coordonatele punctului C.

---

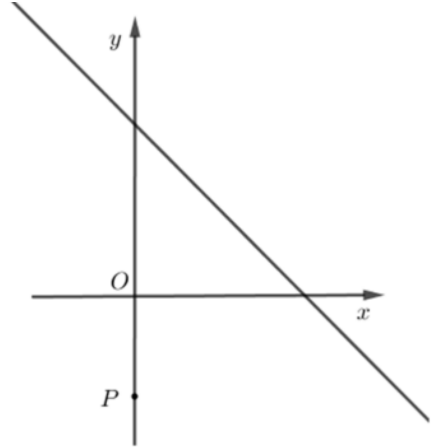
3. Se consideră numerele $a=\left(-\frac{1}{3}\right)^{32}:\left(-\frac{1}{3}\right)^{30}\cdot(-6)^2$ și $b=\left(\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}\right)\cdot(0,5)^{-2}$.

(2p) a) Arată că $a=4$.

(3p) b) Calculează media aritmetică a numerelor a și b.

---

3. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-x+5$.

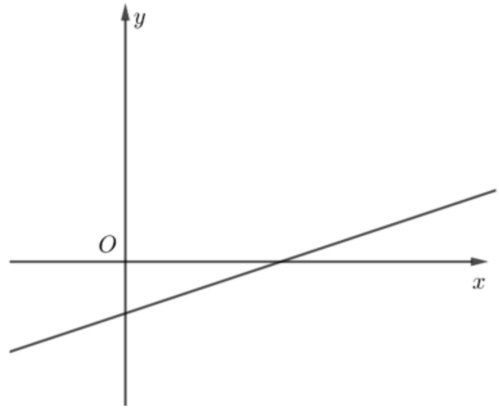


(2p) a) Arată că $f(4)+f(6)=0$.

(3p) b) Reprezentarea geometrică a graficului funcției f intersectează axele Ox și Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy în punctele A, respectiv B. Calculează distanța de la punctul $P(0,-3)$ la dreapta AB.

3. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x}{3}-1$.

(2p) a) Arată că $f(3)+f(9)=2$.



(3p) b) Reprezentarea geometrică a graficului funcției f intersectează axele Ox și Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy în punctele M, respectiv N. Calculează distanța de la punctul O la reprezentarea geometrică a graficului funcției f.

---

3. În sistemul de axe ortogonale xOy se consideră punctele $A(2,0)$ și $B(6,3)$.

(2p) a) Arată că $AB=5$.

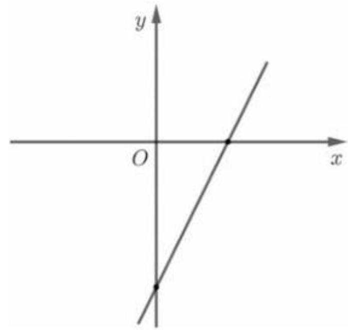
(3p) b) Calculează distanța de la punctul $M(5,0)$ la dreapta AB.

3. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=2x-6$.

(2p) a) Arată că $f(3)\cdot f(2025)=0$.

(3p) b) Reprezentarea geometrică a graficului funcției f intersectează axele Ox și Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy în punctele A, respectiv B.

Determină aria triunghiului ABM, unde punctul M este simetricul punctului A față de punctul O.

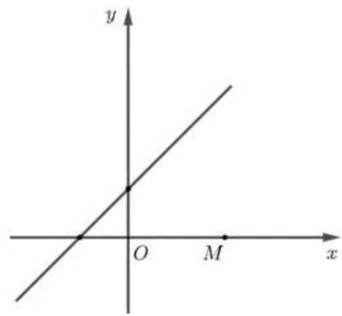


---

3. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x+2$.

(2p) a) Arată că $2\cdot f(1)=f(4)$.

(3p) b) Reprezentarea geometrică a graficului functiei f intersectează axele Ox si Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy în punctele A, respectiv B. Determină distanța de la punctul $M(4,0)$ la dreapta AB.

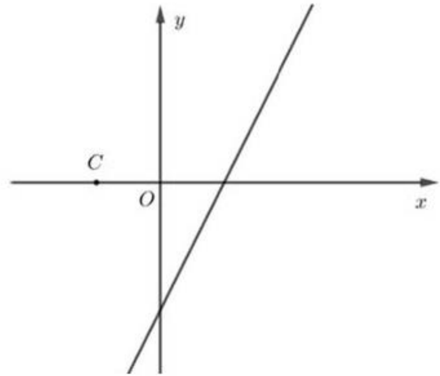


3. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-1$.

(2p) a) Arată că $f(0)+f(1)=0$.

(3p) b) Reprezentarea geometrică a graficului funcției f intersectează axele Ox și Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy în punctele A, respectiv B.

Determină distanța de la punctul $C\left(-\frac{1}{2},0\right)$ la dreapta AB.



---

3. Se consideră numărul natural $\overline{abc}$ cu a, b, c cifre nenule, unde $a=5\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)-\frac{2}{3}:\frac{1}{3}$ și $b=\left(3\cdot3^2\cdot3^3\cdot3^4\right):9^4-25^4:5^7$.

(2p) a) Arată că $a=3$.

(3p) b) Determină numărul $\overline{abc}$, știind că numerele $\overline{ac}$ și $\overline{cb}$ sunt direct proporționale cu numerele 4 și 3.

---

3. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x+2$.

(2p) a) Arată că $2023\cdot f(-2)=0$.

(3p) b) Punctele A și B sunt punctele de intersecție a reprezentării geometrice a graficului funcției f cu axele Ox, respectiv Oy, ale sistemului de axe ortogonale xOy, iar punctul M este mijlocul segmentului AB. Arată că punctele N, O și M sunt coliniare, unde $N(3,-3)$.