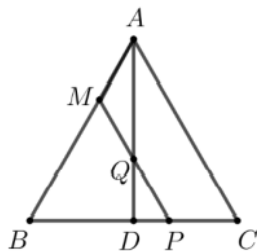


III 4 (Teste)

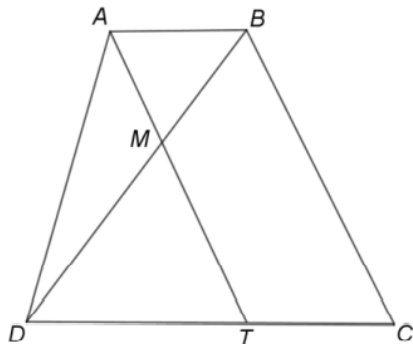
4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul echilateral ABC , cu $AB = 3$ cm și înălțimea AD , unde punctul D se află pe latura BC . Punctul M aparține laturii AB , astfel încât $AM = 1$ cm. Paralela prin punctul M la dreapta AC intersectează dreapta AD în punctul Q și dreapta BC în punctul P .



(2p) a) Arată că perimetrul triunghiului BMP este egal cu 6 cm.

(3p) b) Determină lungimea segmentului PQ .

4. În figura alăturată este reprezentat trapezul $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AB = 4$ cm, $BC = 8$ cm și $CD = 10$ cm. Paralela prin punctul A la dreapta BC intersectează latura CD în punctul T și diagonala BD în punctul M .



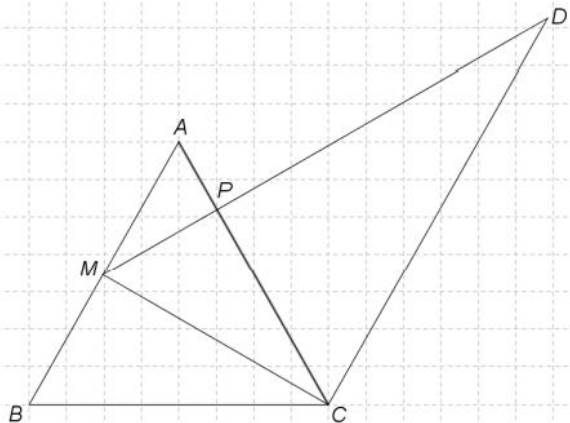
(2p) a) Arată că $AT = 8$ cm.

(3p) b) Determină lungimea segmentului AM .

4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul echilateral ABC , cu $AB = 8\text{ cm}$. Notăm cu M mijlocul laturii AB și construim din M perpendiculara pe AC , care intersectează pe AC în P și paralela prin C la AB în D .

(2p) a) Arată că $CD = 12\text{ cm}$.

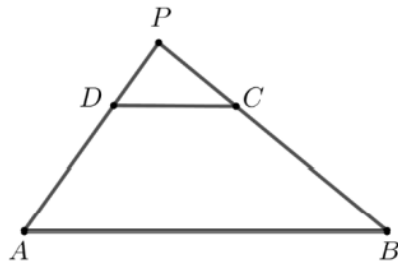
(3p) b) Calculează aria trapezului $AMCD$.



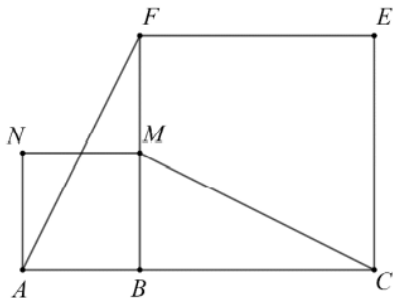
4. Se consideră trapezul $ABCD$, cu $AB \parallel CD$, $AB = 15\text{ cm}$, $CD = 5\text{ cm}$, $BC = 8\text{ cm}$ și $AD = 6\text{ cm}$. Dreptele AD și BC se intersectează în punctul P .

(2p) a) Arată că lungimea segmentului PD este egală cu 3 cm

(3p) b) Determină cât la sută reprezintă aria triunghiului PCD din aria trapezului $ABCD$.



4. În figura alăturată sunt reprezentate pătratele $ABMN$ și $BCEF$, cu $AB=3\text{ cm}$ și $BC=2\cdot AB$. Punctul B aparține segmentului AC .



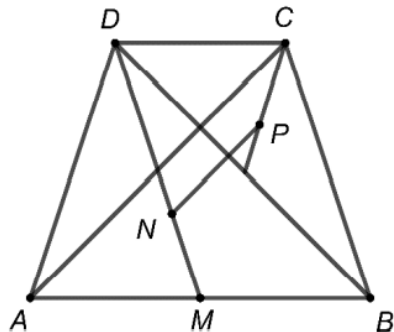
(2p) a) Arată că perimetrul pătratului $BCEF$ este egal cu 24 cm .

(3p) b) Demonstrează că dreptele AF și CM sunt perpendiculare.

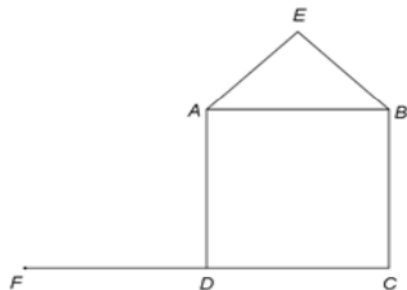
4. În figura alăturată este reprezentat trapezul isoscel $ABCD$ cu $AB\parallel CD$, $AD=BC=6\text{ cm}$ și $AB=2CD=8\text{ cm}$. Punctul M este mijlocul segmentului AB .

(2p) a) Arată că perimetrul triunghiului ADM este egal cu 16 cm

(3p) b) Știind că punctul N aparține segmentului DM astfel încât $DN=4\text{ cm}$ și punctul P este centrul de greutate al triunghiului BCD , demonstrează că dreptele NP și AC sunt paralele.



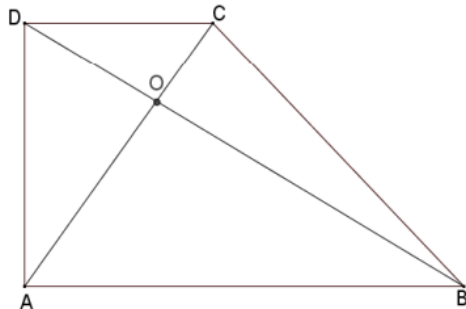
4. În figura alăturată este reprezentat un pătrat $ABCD$ și un triunghi dreptunghic isoscel AEB dreptunghic în E și $AE = 4\sqrt{2}$ cm . Punctul F este simetricul punctului C față de punctul D .



(2p) a) Demonstează că punctele E , A și F sunt coliniare.

(3p) b) Arată că, dacă P este punctul de intersecție a dreptelor AC și DE , atunci P este mijlocul segmentului DE .

4. În figura alăturată este reprezentat un trapez dreptunghic $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $\angle DAB = 90^\circ$, $AD = 40\text{cm}$ și $CD = 30\text{cm}$. Diagonalele trapezului sunt perpendiculare și O este punctul lor de intersecție.



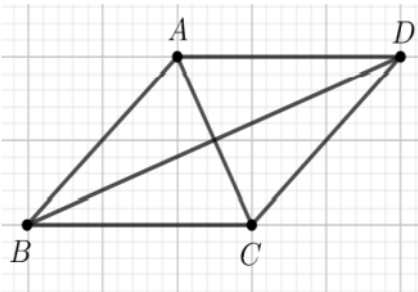
(2p) a) Arată că perimetrul triunghiului ADC este egal cu 120cm .

(3p) b) Calculează aria trapezului $ABCD$.

4. Se consideră rombul $ABCD$, cu $AB = 18\text{cm}$ și $\angle ABC = 60^\circ$.

(2p) a) Arată că perimetrul rombului $ABCD$ este egal cu 72cm .

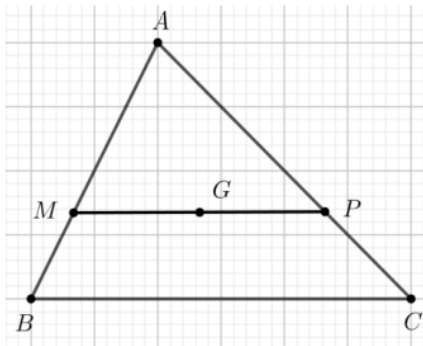
(3p) b) Arată că lungimea diagonalei BD este egală cu $18\sqrt{3}\text{cm}$.



4. În figura alăturată este reprezentat un triunghi ABC . Punctul G este centrul de greutate al triunghiului ABC , $MP \parallel BC$, $G \in MP$, $M \in AB$ și $P \in AC$.

(2p) a) Arată că $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{3}$.

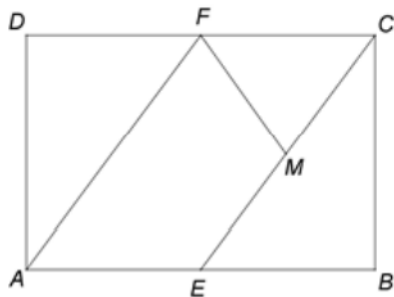
(3p) b) Dacă $AC = 12\text{ cm}$, atunci determină lungimea segmentului PC .



4. În figura alăturată este reprezentată schița unui teren agricol în formă de dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 600\text{m}$ și $AD = 400\text{m}$. Punctul E este mijlocul laturii AB , punctul F este mijlocul laturii CD și punctul M este mijlocul segmentului CE .

(2p) a) Arată că perimetrul dreptunghiului $ABCD$ este egal cu 2000m .

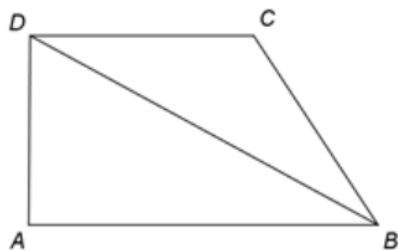
(3p) b) Arată că aria patrulaterului $AEMF$ este de trei ori mai mare decât aria triunghiului CFM .



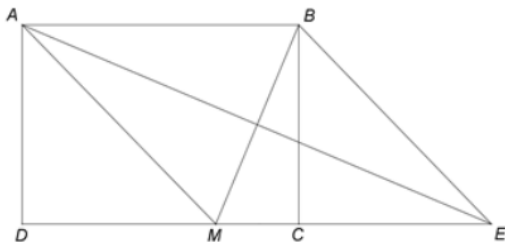
4. În figura alăturată este reprezentat un trapez dreptunghic $ABCD$ cu $AD \perp AB$ și $AB \parallel CD$. Semidreapta BD este bisectoarea unghiului ABC , $AB = 16\text{cm}$ și $CD = 10\text{cm}$.

(2p) a) Știind că $E \in AB$ astfel încât $CE \perp AB$, demonstrează că $BE = 6\text{cm}$.

(3p) b) Știind că P este punctul de intersecție a laturii AB cu perpendiculara din C pe dreapta BD , demonstrează că $DP \parallel BC$.



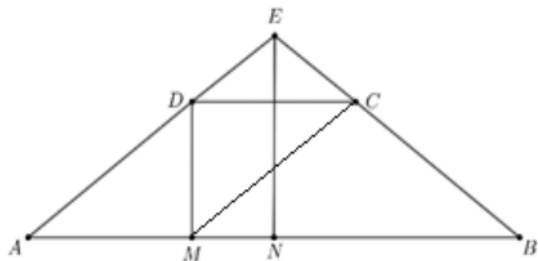
4. În figura alăturată este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu $AB=14\text{cm}$ și $AD=10\text{cm}$. Punctul M este situat pe latura CD astfel încât $AM=AB$. Bisectoarea unghiului BAM intersectează dreapta CD în punctul E .



(2p) a) Arată că aria dreptunghiului $ABCD$ este egală cu 140cm^2 .

(3p) b) Demonstrează că patrulaterul $AMEB$ este romb.

4. În figura alăturată este reprezentat trapezul isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AB=24\text{cm}$, $CD=8\text{cm}$ și $AD=10\text{cm}$. Dreptele AD și BC se intersectează în punctul E , iar punctele M și N sunt situate pe dreapta AB astfel încât $DM \perp AB$ și $EN \perp AB$.



(2p) a) Arată că segmentul EN este de lungime 9cm .

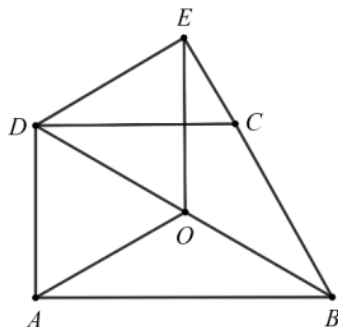
(3p) b) Știind că G este punctul de intersecție a dreptelor EN și MC , demonstrează că G este centrul de greutate al triunghiului ABE .

4. În figura alăturată este reprezentat trapezul dreptunghic $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AD \perp AB$, $AD = 6\text{ cm}$, $\sphericalangle BCD = 120^\circ$ și $DC = BC$. Punctul E reprezintă proiecția punctului D pe dreapta BC .

(2p) a) Arată că $BD = 12\text{ cm}$.

(3p) b) Punctul O este mijlocul segmentului BD .

Calculează perimetrul patrulaterului $AOED$.

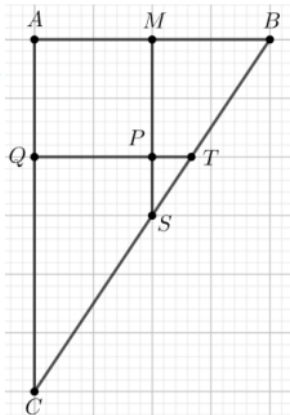


4. În figura alăturată este reprezentat un pătrat $AMPQ$ cu $AM = 2\text{ cm}$. Punctul B se află pe dreapta AM , astfel încât M este mijlocul segmentului AB , iar punctul C este situat pe dreapta AQ , astfel încât Q aparține segmentului AC și $CQ = 2 \cdot AQ$.

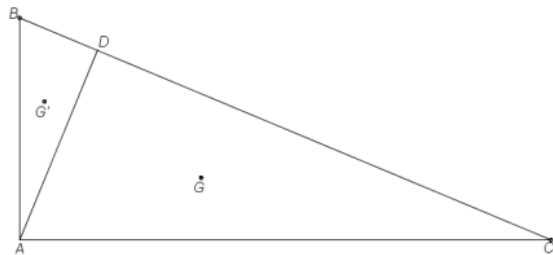
(2p) a) Arată că $BC = 2\sqrt{13}\text{ cm}$.

(3p) b) Știind că $MP \cap BC = \{S\}$ și $QP \cap BC = \{T\}$,

demonstrează că $\frac{ST}{BC} = \frac{1}{6}$.



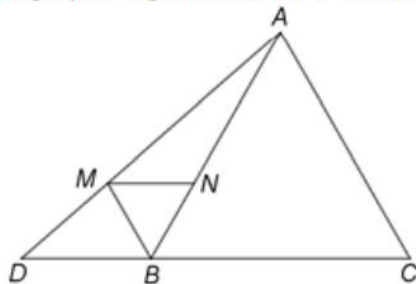
4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC cu $AB=10\text{cm}$, $AC=24\text{cm}$ și $BC=26\text{cm}$, punctul D reprezintă proiecția punctului A pe dreapta BC și punctele G și G' sunt centre de greutate ale triunghiului ADC , respectiv ADB .



(2p) a) Arată că aria triunghiului ABC este egală cu 120cm^2 .

(3p) b) Determină lungimea segmentului GG' .

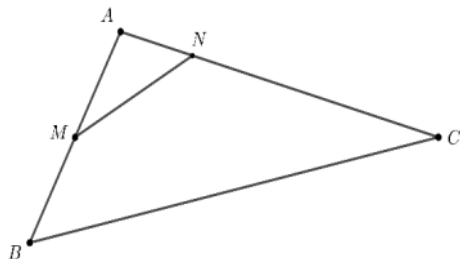
4. În figura alăturată este reprezentat un triunghi echilateral ABC cu $AB=12\text{ cm}$ și punctul D este situat pe dreapta BC astfel încât $BC=2BD$ și punctul B aparține segmentului CD . Semidreapta BM , $M \in AD$, este bisectoarea unghiului ABD și N este punctul de intersecție dintre AB și paralela prin M la BC .



(2p) a) Arată că aria triunghiului ABC este egală cu $36\sqrt{3}\text{cm}^2$.

(3p) b) Demonstrează că triunghiurile BMN și ABC sunt asemenea.

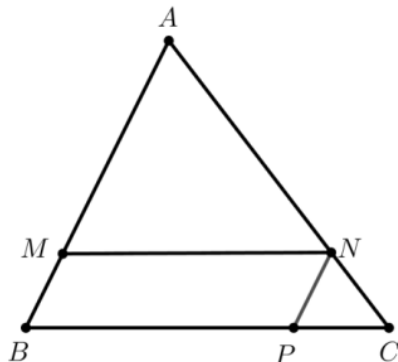
4. În figura alăturată este reprezentat un triunghi ABC cu $AB = 6\text{ cm}$, $AC = 9\text{ cm}$ și $BC = 12\text{ cm}$, iar M este mijlocul segmentului AB și N este un punct ce aparține segmentului AC , astfel încât $\angle ABC \equiv \angle ANM$.



(2p) a) Arată că perimetrul triunghiului AMN este egal cu 9 cm .

(3p) b) Demonstrează că aria patrulaterului $BMNC$ reprezintă $\frac{8}{9}$ din aria triunghiului ABC .

4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC . Pe latura AB a triunghiului se consideră punctul M și se construiește paralela MN la dreapta BC , cu $N \in AC$. Paralela prin N la dreapta AB intersectează pe BC în punctul P .



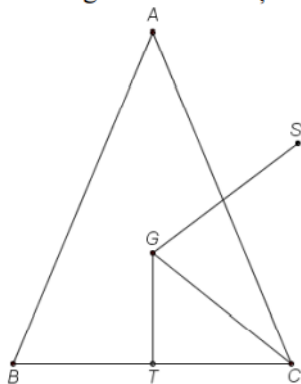
(2p) a) Arată că $MN \cdot AC = BC \cdot AN$.

(3p) b) Demonstrează că $\frac{BP}{BC} + \frac{BM}{AB} = 1$.

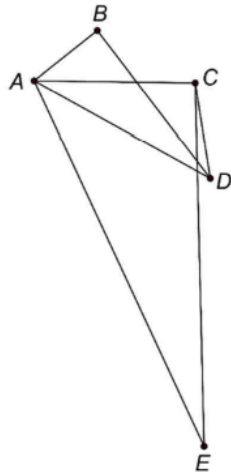
4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel ABC cu $AB \equiv AC$, $BC = 20\text{cm}$, punctul G reprezintă centrul de greutate al triunghiului ABC , punctul T este mijlocul segmentului BC și $GT = 8\text{cm}$. Punctul S este simetricul punctului G față de mijlocul segmentului AC .

(2p) a) Arată că perimetrul triunghiului ABC este egal cu 72cm .

(3p) b) Calculează distanța de la punctul S la dreapta CG .



4. În figura alăturată sunt reprezentate punctele A, B, C, D și E astfel încât $AB = 4\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$, $AD = 10\text{cm}$ și $AE = 20\text{cm}$. Măsura unghiului BAC este egală cu măsura unghiului DAE și $\angle CAD = 30^\circ$.



(2p) a) Arată că aria triunghiului CAD este egală cu 20 cm^2 .

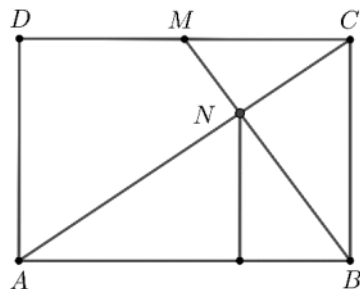
(3p) b) Demonstrează că $CE = 2 \cdot BD$.

4. În figura alăturată este reprezentat un triunghi ABC cu $AB=12$ cm, $BC=9$ cm și $AC=15$ cm.

Punctul D este simetricul punctului B față de mijlocul segmentului AC , punctul M este mijlocul segmentului CD și N este punctul de intersecție a dreptelor BM și AC .

(2p) a) Demonstrează că $BN = 2 \cdot MN$.

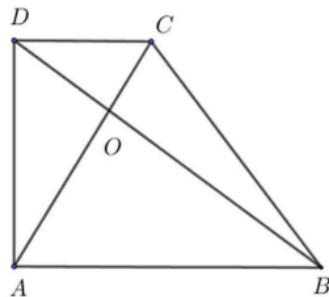
(3p) b) Determină distanța de la punctul N la dreapta AB .



4. În figura alăturată este reprezentat trapezul dreptunghic $ABCD$ cu $AB \parallel CD$ și $\angle BAD = 90^\circ$. Dreptele AC și BD sunt perpendiculare, $BD=10$ cm și $AD=6$ cm.

(2p) a) Arată că perimetrul triunghiului DAB este egal cu 24 cm.

(3p) b) Calculează lungimea segmentului DC .

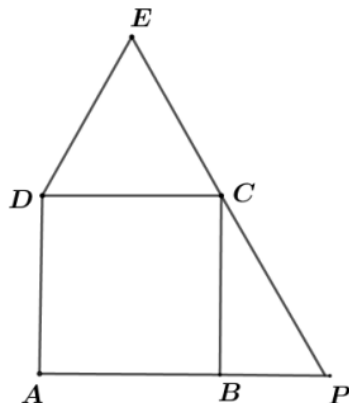


4. În figura alăturată este reprezentat pătratul $ABCD$ și triunghiul echilateral CDE cu $EC = 6\text{ cm}$.

Dreptele EC și AB se intersectează în punctul P .

(2p) a) Arată că $CP = 4\sqrt{3}\text{ cm}$.

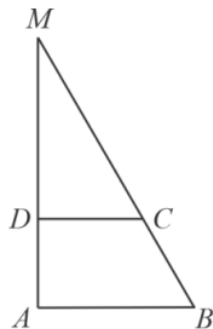
(3p) b) Arată că distanța de la punctul P la dreapta AE este egală cu $\sqrt{2}(3 + 2\sqrt{3})\text{ cm}$.



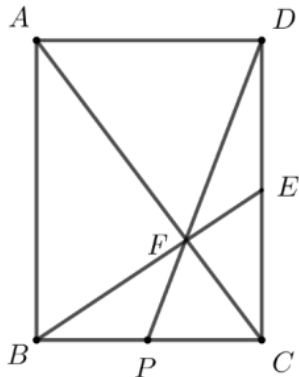
-
4. În figura alăturată este reprezentat trapezul dreptunghic $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AB = 12\text{ cm}$, $BC = CD = 8\text{ cm}$, iar unghiul A are măsura egală cu 90° .

(2p) a) Arată că $AD = 4\sqrt{3}\text{ cm}$.

(3p) b) Calculează aria triunghiului ABM , unde $AD \cap BC = \{M\}$.



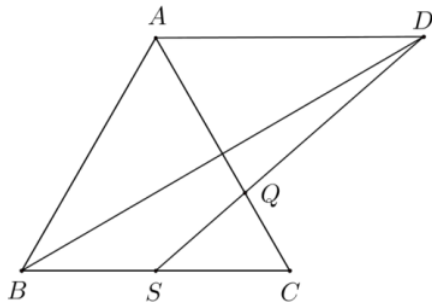
4. În figura alăturată este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 4$ cm și $BC = 3$ cm. Punctul E este mijlocul segmentului CD și F este punctul de intersecție a dreptelor BE și AC .



(2p) a) Arată că $BE = \sqrt{13}$ cm.

(3p) b) Determină lungimea segmentului FP , unde P este punctul de intersecție a dreptelor DF și BC .

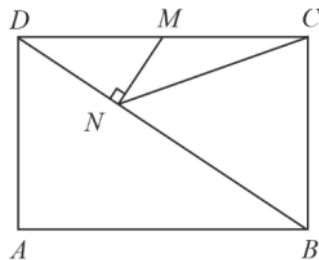
-
4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul echilateral ABC cu $AB = 12$ cm. Punctul S este mijlocul segmentului BC , punctul D este simetricul punctului B față de AC , iar Q este punctul de intersecție a dreptelor DS și AC .



(2p) a) Arată că perimetrul triunghiului ABC este egal cu 36 cm.

(3p) b) Determină lungimea segmentului DQ .

4. În figura alăturată este reprezentat un dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 8$ cm și $AD = 6$ cm. Punctul M este mijlocul laturii CD , iar punctul N se află pe BD , astfel încât dreptele MN și BD sunt perpendiculare.



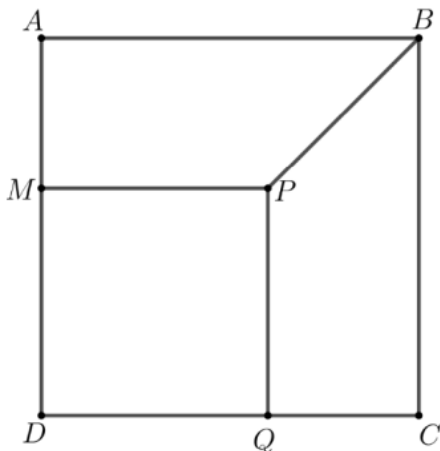
(2p) a) Calculează perimetrul triunghiului ABD .

(3p) b) Arată că aria triunghiului BCN este $16,32 \text{ cm}^2$.

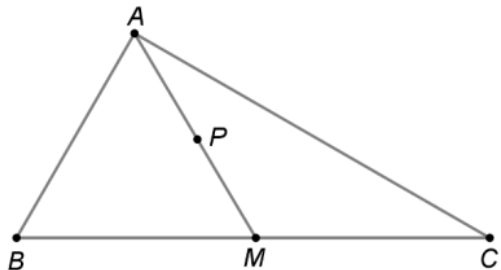
4. În figura alăturată sunt reprezentate pătratele $ABCD$ și $MPQD$. Punctul Q se află pe latura CD și $AM = 2$ cm.

(2p) a) Arată că $PB = 2\sqrt{2}$ cm.

(3p) b) Demonstrează că dreptele AQ , CM și DP sunt concurente.



4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC cu $\sphericalangle BAC = 90^\circ$, $\sphericalangle ABC = 60^\circ$ și $AB = 6\text{ cm}$. Punctul M este mijlocul segmentului BC , iar punctul P este mijlocul segmentului AM .



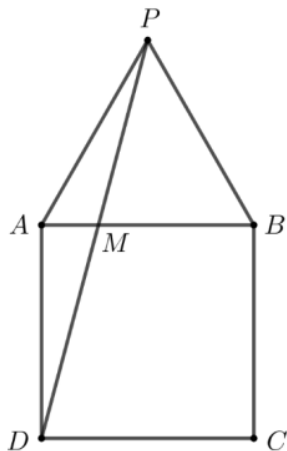
(2p) a) Arată că $AM = 6\text{ cm}$.

(3p) b) Determină distanța de la punctul P la dreapta BC .

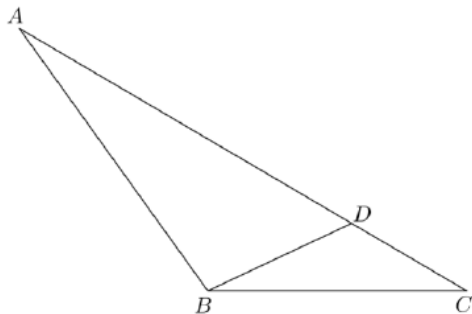
-
4. În figura alăturată este reprezentat pătratul $ABCD$ cu $AB = 4\text{ cm}$ și triunghiul echilateral ABP .

(2p) a) Arată că măsura unghiului DPB este egală cu 45° .

(3p) b) Demonstrează că $AM = 4(2 - \sqrt{3})\text{ cm}$, unde $\{M\} = AB \cap PD$.

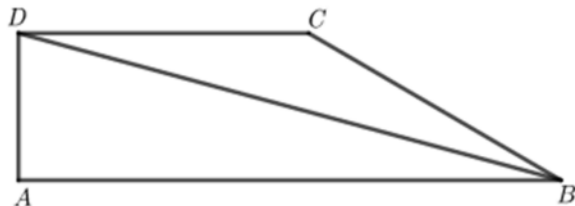


4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC cu $BC = 10\text{cm}$, $AC = 20\text{cm}$ și măsura unghiului ACB este egală cu 30° . Punctul D aparține segmentului AC , astfel încât unghiul DBC este congruent cu BAC .



- (2p) a) Arată că aria triunghiului ABC este egală cu 50
- (3p) b) Calculează lungimea segmentului CD .

-
4. În figura alăturată este reprezentat trapezul dreptunghic $ABCD$ cu $AB \parallel CD$ și $BC = 10\text{ cm}$. Semidreapta BD este bisectoarea unghiului ABC și măsura unghiului ABD este egală cu 15° .

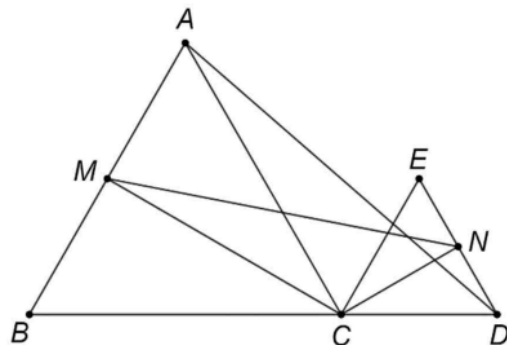


- (2p) a) Determină măsura unghiului BCD .
- (3p) b) Arată că $AB - AD < 14\text{ cm}$.
-

4. În figura alăturată sunt reprezentate triunghiurile echilaterale ABC și CDE , cu $AB = 8\text{ cm}$, $CD = 4\text{ cm}$, iar punctele B , C și D sunt coliniare, în această ordine. Punctele M și N sunt mijloacele segmentelor AB , respectiv DE .

(2p) a) Arată că $CM = 2 \cdot CN$.

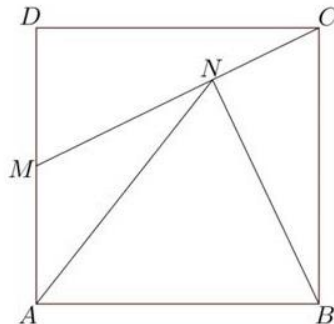
(3p) b) Aria triunghiului MCN reprezintă $p\%$ din aria triunghiului ACD . Determină valoarea lui p .



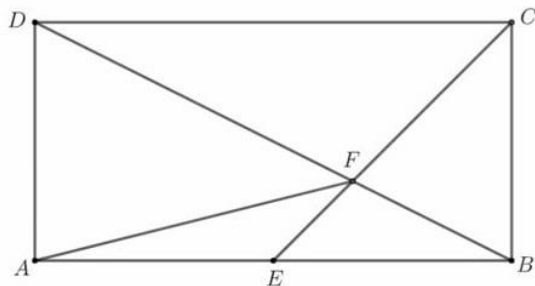
4. În figura alăturată este reprezentat pătratul $ABCD$, cu $AB = 10\text{ cm}$. Punctul M este mijlocul segmentului AD și punctul N este proiecția punctului B pe dreapta CM .

(2p) a) Arată că aria triunghiului MBC este egală cu 50 cm^2 .

(3p) b) Arată că perimetrul triunghiului MAN este mai mic decât 22 cm .



4. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $ABCD$, cu $AB = 12\text{ cm}$ și $BC = 6\text{ cm}$. Bisectoarea unghiului BCD intersectează latura AB în punctul E și diagonala BD în punctul F .

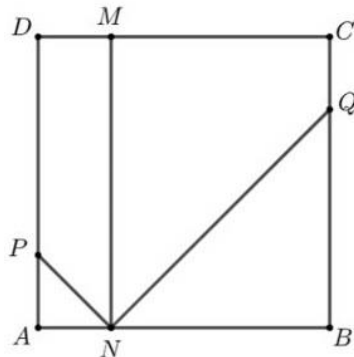


(2p) a) Arată că perimetrul dreptunghiului $ABCD$ este egal cu 36 cm .

(3p) b) Calculează lungimea segmentului AF .

4. În figura alăturată este reprezentat pătratul $ABCD$.

Punctul M aparține laturii CD , iar paralela prin M la dreapta AD intersectează latura AB în punctul N . Bisectoarea unghiului ANM intersectează latura AD în punctul P , iar bisectoarea unghiului MNB intersectează latura BC în punctul Q .



(2p) a) Arată că măsura unghiului PNQ este egală cu 90° .

(3p) b) Demonstrează că punctele P , O și Q sunt coliniare, unde O este punctul de intersecție a dreptelor AC și BD .

4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel

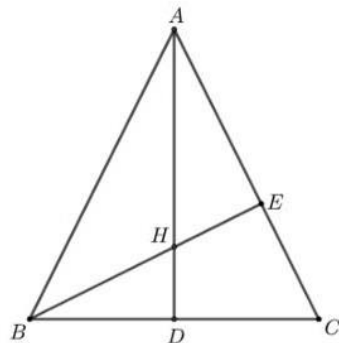
ABC cu $AB = AC$. Înălțimea din vârful A intersectează latura BC în punctul D și $AD = BC$.

Înălțimea din vârful B intersectează latura AC în punctul

E . Înălțimile AD și BE se intersectează în punctul H .

(2p) a) Arată că unghiurile DAC și EBC au aceeași măsură.

(3p) b) Demonstrează că $AH = 3 \cdot HD$.

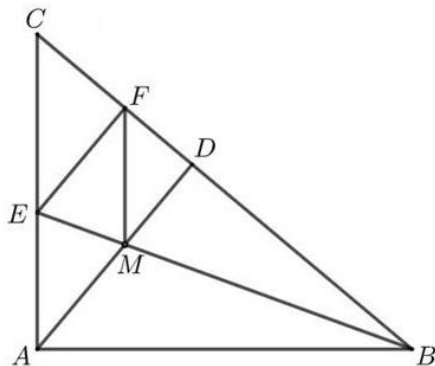


4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul dreptunghic

ABC , cu $\angle A = 90^\circ$ și $\angle B = 40^\circ$. Semidreapta BE este bisectoarea unghiului ABC , punctul E aparține segmentului AC . Perpendiculara din punctul A pe BC intersectează dreapta BC în punctul D , iar perpendiculara din punctul E pe BC intersectează dreapta BC în punctul F . Dreptele BE și AD se intersectează în punctul M .

(2p) a) Arată că măsura unghiului EMA este egală cu 70° .

(3p) b) Arată că patrulaterul $AMFE$ este romb.



4. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $ABCD$ cu $AB=12\text{cm}$ și $BC=9\text{cm}$. Punctul E aparține segmentului AC , astfel încât $AE=10\text{cm}$. Prin E se duc dreptele QN și PM paralele cu dreptele AB , respectiv BC . Punctele M , N , P și Q aparțin segmentelor AB , BC , CD și respectiv AD .

(2p) a) Arată că $AC=15\text{cm}$.

(3p) b) Arată că aria patrulaterului $AMEQ$ este de patru ori mai mare decât aria patrulaterului $CNEP$.

