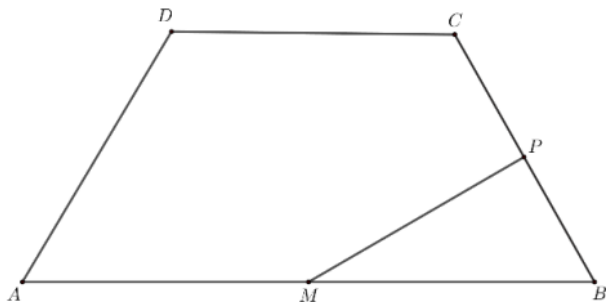


### III 5 (Teste)

5. Se consideră trapezul isoscel  $ABCD$ , cu  $AB \parallel CD$ , măsura unghiului  $ADC$  este egală cu  $120^\circ$  și  $AD = DC = 6$  cm.

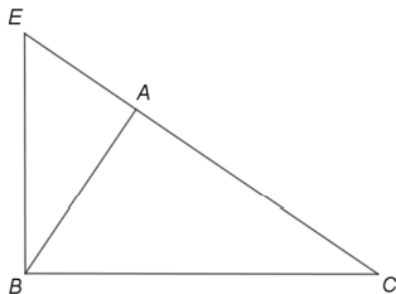
Dreapta  $MP$  este mediatoarea segmentului  $BC$ , unde punctul  $M$  aparține dreptei  $AB$  și punctul  $P$  aparține dreptei  $BC$ .



(2p) a) Arată că  $AB = 12$  cm.

(3p) b) Demonstrează că dreptele  $DM$  și  $MP$  sunt perpendiculare.

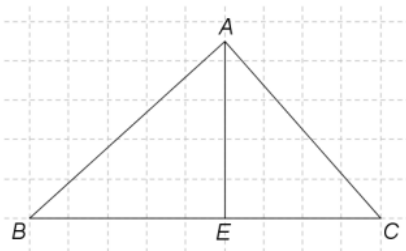
5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul  $ABC$  dreptunghic în  $A$ . Perpendiculara în punctul  $B$  pe dreapta  $BC$  intersectează dreapta  $AC$  în punctul  $E$ . Lungimea laturii  $AC$  este de 9 cm, iar lungimea segmentului  $AE$  este de 4 cm.



(2p) a) Arată  $AB = 6$  cm.

(3p) b) Demonstrează că triunghiul  $BCE$  are perimetrul mai mic decât 32 cm.

5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul  $ABC$  dreptunghic în  $A$ . Notăm cu  $E$  proiecția punctului  $A$  pe dreapta  $BC$ . Lungimea laturii  $AC$  este de 6 cm, iar lungimea segmentului  $EC$  este de 4 cm.



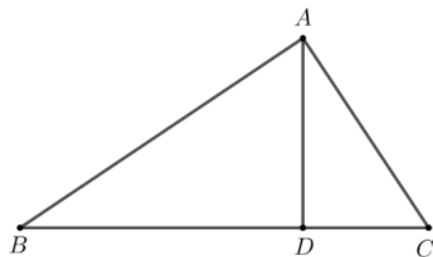
(2p) a) Arată că  $BC = 9$  cm.

(3p) b) Demonstrează că perimetrul triunghiului

$ABC$  este mai mic decât 22 cm.

---

5. Se consideră triunghiul  $ABC$ , dreptunghic în  $A$ , cu  $AC = 40$  cm. Dreptele  $AD$  și  $BC$  sunt perpendiculare, punctul  $D$  aparține dreptei  $BC$  și  $\frac{CD}{AD} = \frac{3}{4}$ .

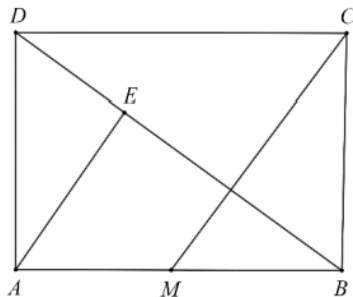


(2p) a) Arată că  $AD = 32$  cm.

(3p) b) Calculează perimetrul triunghiului  $ABC$ .

---

5. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul  $ABCD$  cu  $AB = 6\sqrt{3}$  cm și  $BC = 3\sqrt{6}$  cm. Punctul  $M$  este mijlocul segmentului  $AB$ , punctul  $E$  aparține diagonalei  $BD$  și  $DE = 3\sqrt{2}$  cm.

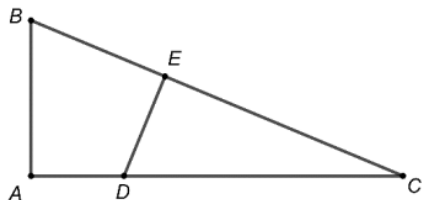


(2p) a) Arată că  $BD = 9\sqrt{2}$  cm.

(3p) b) Demonstrează că dreptele  $AE$  și  $CM$  sunt paralele.

---

5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul  $ABC$  dreptunghic în  $A$ ,  $AB = 5$  cm și  $AC = 12$  cm. Punctul  $D$  aparține segmentului  $AC$  astfel încât  $DC = 3AD$ . Perpendiculara din punctul  $D$  pe dreapta  $BC$  intersectează latura  $BC$  în punctul  $E$ .

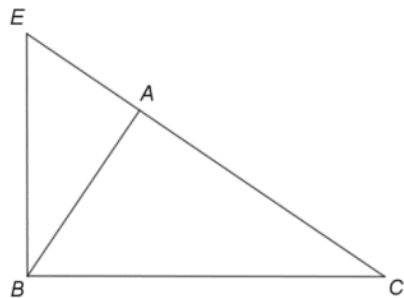


(2p) a) Arată că sinusul unghiului  $ACB$  este egal cu  $\frac{5}{13}$ .

(3p) b) Arată că lungimea segmentului  $DE$  este mai mică decât 3,5 cm.

---

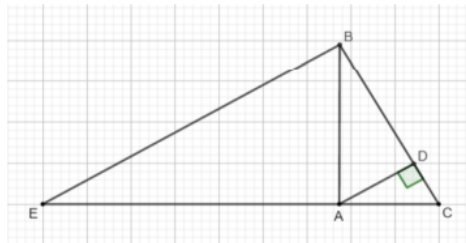
5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul  $EBC$ , dreptunghic în  $B$ . Proiecția punctului  $B$  pe dreapta  $EC$  este punctul  $A$  care determină pe  $EC$  segmentele  $AC = 8\text{ cm}$  și  $AE = 2\text{ cm}$ .



(2p) a) Arată  $BA = 4\text{ cm}$ .

(3p) b) Arată că perimetrul triunghiului  $BCE$  este mai mic decât  $28\text{ cm}$ .

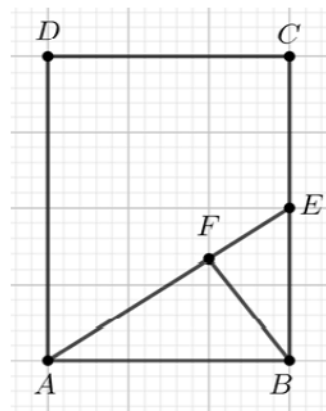
5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul  $ABC$  dreptunghic în  $A$ ,  $\angle ABC = 30^\circ$ . Perpendiculara din  $A$  pe  $BC$  intersectează dreapta  $BC$  în punctul  $D$   $AD = 2\sqrt{3}\text{ cm}$ . Paralela prin  $B$  la  $AD$  intersectează dreapta  $AC$  în punctul  $E$ .



2p) a) Demonstrează că  $BE = 8\sqrt{3}\text{ cm}$ .

(3p) b) Demonstrează că perimetrul triunghiului  $BCE$  este mai mic decât  $38\text{ cm}$ .

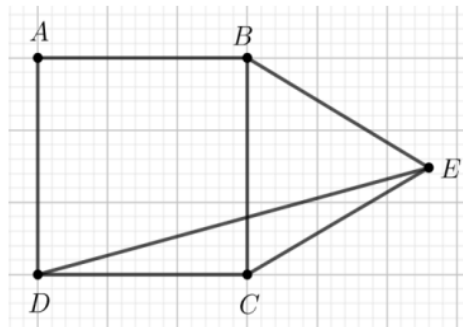
5. Se consideră dreptunghiul  $ABCD$  cu  $AB = 10\sqrt{2}\text{cm}$  și  $BC = 20\text{cm}$ . Punctul  $E$  este mijlocul laturii  $BC$  și punctul  $F$  este situat pe segmentul  $AE$ , astfel încât  $BF \perp AE$ .



(2p) a) Arată că aria dreptunghiului  $ABCD$  este egală cu  $200\sqrt{2}\text{cm}^2$ .

(3p) b) Demonstrați că punctele  $B$ ,  $F$  și  $D$  sunt coliniare.

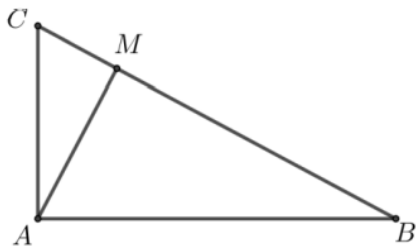
5. În figura alăturată sunt reprezentate pătratul  $ABCD$  cu  $AB = 4\sqrt{2}\text{cm}$  și triunghiul echilateral  $BCE$ .



(2p) a) Arată că măsura unghiului  $CDE$  este egală cu  $15^\circ$ .

(3p) b) Demonstrează că distanța de la punctul  $B$  la dreapta  $DE$  este egală cu  $4\text{cm}$ .

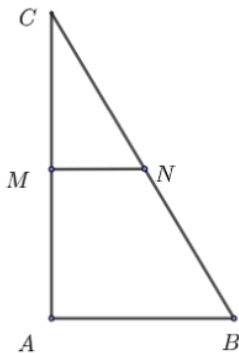
5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul  $ABC$  dreptunghic în  $A$ , iar punctul  $M$  este proiecția punctului  $A$  pe  $BC$ . Lungimea segmentului  $BM$  este de 16cm, iar lungimea segmentului  $CM$  este de 4cm.



(2p) a) Arată că  $AM = 8\text{cm}$ .

(3p) b) Demonstrează că perimetrul triunghiului  $ABC$  este mai mare decât 44cm.

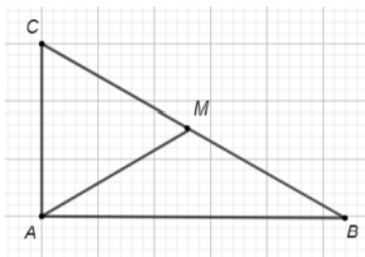
5. În figura alăturată punctele  $M$  și  $N$  sunt mijloacele laturilor  $AC$ , respectiv  $BC$  ale unui triunghi  $ABC$  dreptunghic în  $A$ , cu  $BC = 24\text{cm}$  și măsura unghiului  $C$  egală cu  $30^\circ$ .



(2p) a) Determină lungimea segmentului  $MN$ .

(3p) b) Calculează raportul dintre perimetrul triunghiului  $AMN$  și perimetrul triunghiului  $ABC$ .

5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul  $ABC$  dreptunghic în  $A$ . Punctul  $M$  este mijlocul ipotenuzei  $BC$ ,  $AM = 6$  cm și  $\cos C = \frac{1}{2}$ .

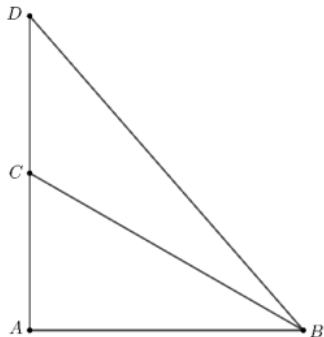


(2p) a) Determină măsura unghiului  $ABC$ .

3p) b) Arată că suma distanțelor de la vârfurile triunghiului  $ABC$  la laturile opuse acestora este mai mare decât 21.

---

5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul  $ABC$ , dreptunghic în  $A$ , în care măsura unghiului  $B$  este de  $30^\circ$  și  $AC = 12$  cm. Punctul  $D$  este simetricul punctului  $A$  față de punctul  $C$ .

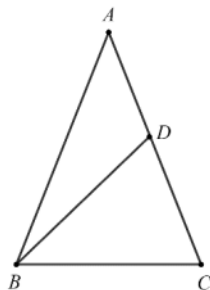


(2p) a) Arată că aria triunghiului  $ABC$  este egală cu  $72\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>.

3p) b) Calculează distanța de la punctul  $D$  la dreapta  $BC$ .

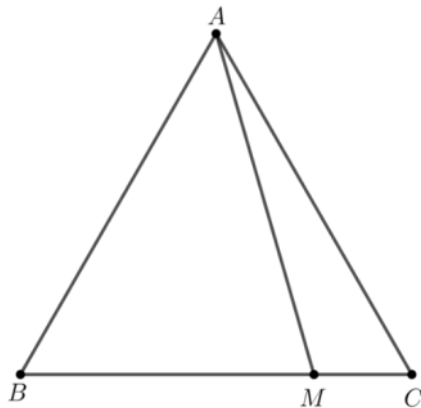
---

5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul  $ABC$  isoscel, cu  $AB = AC = 10\text{ cm}$  și  $BC = 8\text{ cm}$ . Punctul  $D$  aparține laturii  $AC$  astfel încât  $BD = BC$ .



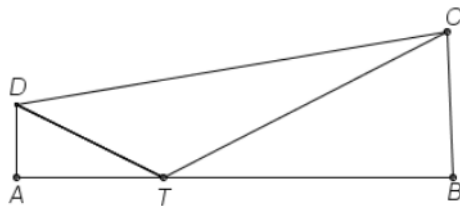
- (2p) a) Arată că aria triunghiului  $ABC$  este egală cu  $8\sqrt{21}\text{ cm}^2$ .
- (3p) b) Demonstrează că triunghiul  $ABD$  are perimetrul mai mic decât  $22\text{ cm}$ .
- 

5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul echilateral  $ABC$  cu  $AB = 8\text{ cm}$ . Punctul  $M$  se află pe latura  $BC$  astfel încât  $MC = 2\text{ cm}$ .



- (2p) a) Arată că aria triunghiului  $AMC$  este egală cu  $4\sqrt{3}\text{ cm}^2$ .
- (3p) b) Arată că suma distanțelor de la punctele  $B$  și  $C$  la dreapta  $AM$  este mai mare decât  $4\sqrt{3}\text{ cm}$ .
-

5. În figura alăturată este reprezentat trapezul dreptunghic  $ABCD$  cu  $AD \parallel CB$ , măsura unghiului  $DAB$  este de  $90^\circ$ ,  $AD = 10\text{ cm}$  și  $AB = 60\text{ cm}$ . Punctul  $T$  aparține segmentului  $AB$ ,  $AT = 20\text{ cm}$  și unghiurile  $ATD$  și  $BTC$  sunt congruente.

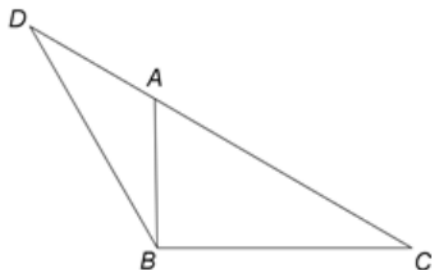


(2p) a) Arată că sinusul unghiului  $BTC$  este egal cu  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ .

(3p) b) Demonstrează că triunghiul  $BCD$  este isoscel.

---

5. În figura alăturată este reprezentat un triunghi  $DBC$  cu  $BC = BD = 6\text{ cm}$  și  $DC = 6\sqrt{3}\text{ cm}$ . Punctul  $A$  este situat pe latura  $DC$  astfel încât  $AC = 4\sqrt{3}\text{ cm}$ .

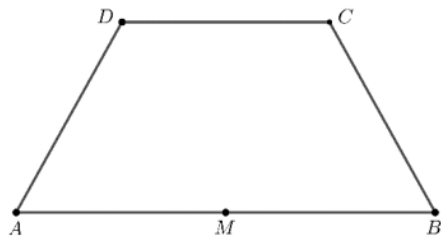


(2p) a) Arată că măsura unghiului  $C$  este egală cu  $30^\circ$ .

(3p) b) Demonstrează că triunghiul  $ABD$  este isoscel.

---

5. În figura alăturată este reprezentat trapezul isoscel  $ABCD$  cu  $AB \parallel CD$ . Punctul  $M$  este mijlocul bazei mari  $AB$  și  $AM = AD = CD = 12$  cm.

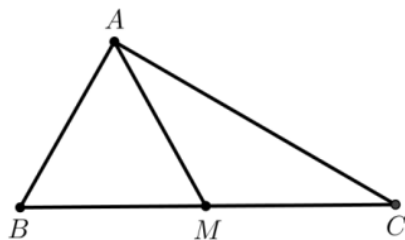


(2p) a) Arată că aria trapezului  $ABCD$  este egală cu  $108\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>.

(3p) b) Demonstrează că bisectoarea unghiului  $BAD$  este perpendiculară pe dreapta  $BC$ .

---

5. Se consideră triunghiul  $ABC$  dreptunghic în  $A$ . Punctul  $M$  este mijlocul segmentului  $BC$ , măsura unghiului  $ACB$  este de  $30^\circ$  și  $AB = 6$  cm.



(2p) a) Arată că perimetrul triunghiului  $ABM$  este egal cu 18 cm.

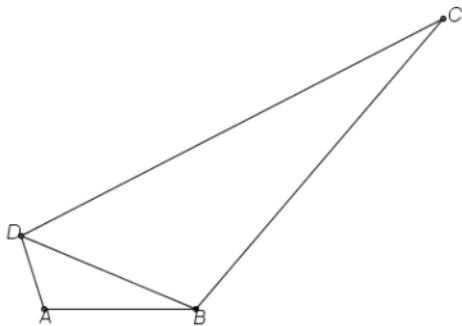
(3p) b) Arată că aria triunghiului  $AMC$  este mai mică decât 16 cm<sup>2</sup>.

---

5. În figura alăturată este reprezentat patrulaterul  $ABCD$  cu  $AB = 8\text{ cm}$ ,  $BC = 20\text{ cm}$ ,  $CD = 25\text{ cm}$ ,  $AD = 4\text{ cm}$  și  $BD = 10\text{ cm}$ .

(2p) a) Arată că raportul dintre sinusul unghiului  $ADB$  și sinusul unghiului  $ABD$  este egal cu 2.

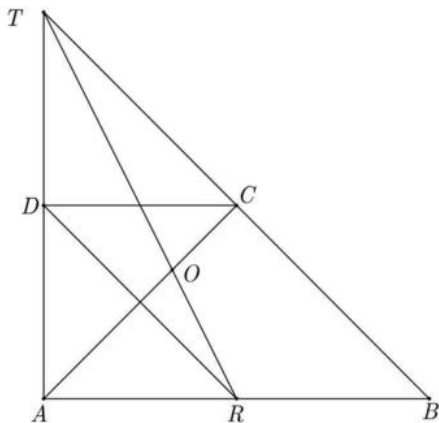
(3p) b) Demonstrează că semidreapta  $DB$  este bisectoarea unghiului  $ADC$ .



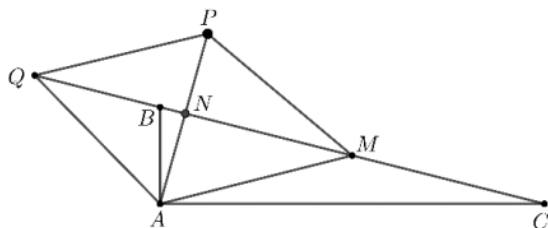
5. În figura alăturată este reprezentat trapezul dreptunghic  $ABCD$  cu  $AB \parallel CD$ ,  $\angle ABC = 45^\circ$  și  $AD = CD = 10\text{ cm}$ . Paralela prin  $D$  la dreapta  $BC$  intersectează dreapta  $AB$  în punctul  $R$ . Dreptele  $AD$  și  $BC$  se intersectează în punctul  $T$  și  $O$  este punctul de intersecție a dreptelor  $TR$  și  $AC$ .

(2p) a) Arată că punctul  $R$  este mijlocul segmentului  $AB$ .

(3p) b) Calculează lungimea segmentului  $TO$ .



5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul  $ABC$ , dreptunghic în  $A$ , cu măsura unghiului  $ACB$  de  $15^\circ$  și  $BC = 20$  cm. Punctul  $M$  este mijlocul segmentului  $BC$  și punctul  $N$  aparține dreptei  $BC$  astfel încât dreapta  $AN$  este perpendiculară pe dreapta  $BC$ .

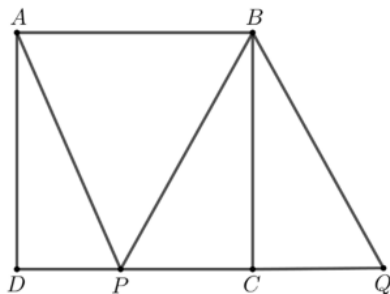


(2p) a) Arată că  $MN = 5\sqrt{3}$  cm.

(3p) b) Știind că punctul  $P$  este simetricul punctului  $A$  față de dreapta  $BC$  și că punctul  $Q$  este simetricul punctului  $M$  față de punctul  $N$ , calculează aria patrulaterului  $AMPQ$ .

---

5. În figura alăturată este reprezentat pătratul  $ABCD$  cu  $AB = 6$  cm și triunghiul echilateral  $BPQ$ , unde punctele  $P$  și  $Q$  se află pe dreapta  $DC$ .



(2p) a) Calculează lungimea segmentului  $AC$ .

(3p) b) Arată că aria trapezului  $ABQP$  este egală cu  $6(3 + 2\sqrt{3})\text{cm}^2$ .

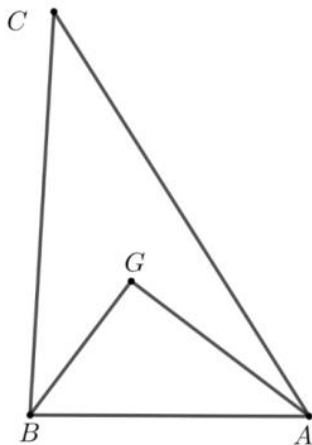
---

5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul  $ABC$ .

Punctul  $G$  este centrul de greutate al triunghiului  $ABC$ ,  $AG=4\text{ cm}$ ,  $BG=3\text{ cm}$  și dreptele  $AG$  și  $BG$  sunt perpendiculare.

(2p) a) Arată că perimetrul triunghiului  $ABG$  este egal cu  $12\text{ cm}$ .

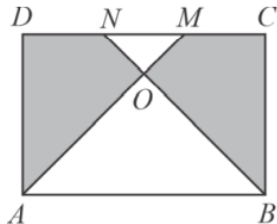
3p) b) Determină lungimea segmentului  $BC$ .



5. În figura următoare este reprezentată o placă de gresie de forma unui dreptunghi  $ABCD$  cu  $AB=60\text{ cm}$  și  $BC=40\text{ cm}$ . Punctele  $M$  și  $N$  sunt situate pe segmentul  $DC$  astfel încât  $DN=MN=MC$ , iar  $O$  este punctul de intersecție a dreptelor  $AM$  și  $BN$ .

(2p) a) Arată că perimetrul patrulaterului  $ABMN$  este egal cu  $40(2+\sqrt{5})\text{ cm}$ .

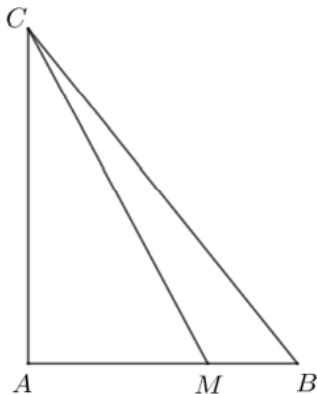
(3p) b) Determină raportul dintre aria dreptunghiului  $ABCD$  și suma ariilor patrulaterelor  $ADNO$  și  $BCMO$ .



5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul  $ABC$ , dreptunghic în  $A$ , în care  $AC = 8$  cm și  $BC = 10$  cm. Punctul  $M$  se află pe latura  $AB$  astfel încât  $MB = 2$  cm.

(2p) a) Arată că  $AM = 4$  cm.

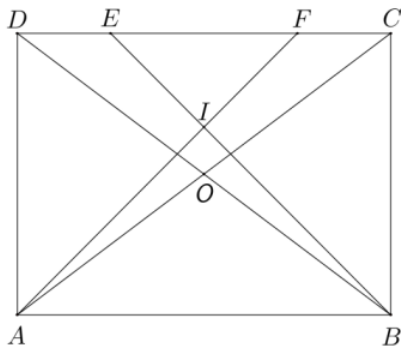
(3p) b) Arată că suma distanțelor de la punctele  $A$  și  $B$  la dreapta  $CM$  este mai mare decât  $\frac{16}{3}$  cm.



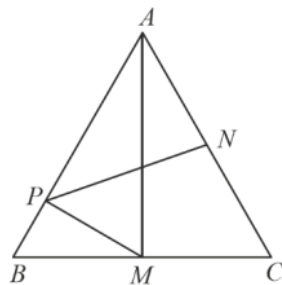
5. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul  $ABCD$  cu  $AB = 20$  cm și  $AD = 15$  cm. Dreptele  $AC$  și  $BD$  se intersectează în punctul  $O$ , iar punctele  $E$  și  $F$  se află pe latura  $CD$ , astfel încât  $DE = FC = 5$  cm.

(2p) a) Arată că sinusul unghiului  $ABD$  este egal cu  $\frac{3}{5}$ .

3p) b) Calculează lungimea segmentului  $OI$ , unde  $I$  este punctul de intersecție a dreptelor  $BE$  și  $AF$ .



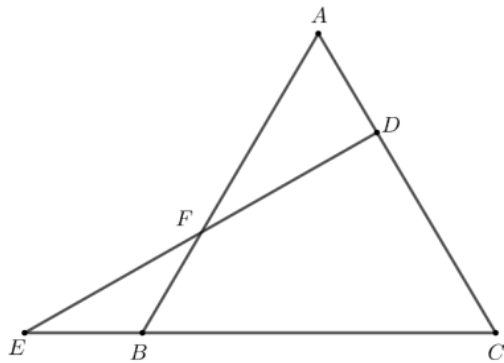
5. În figura alăturată este reprezentat un triunghi echilateral  $ABC$ , cu  $AB = 8$  cm. Punctele  $M$  și  $N$  sunt mijloacele segmentelor  $BC$ , respectiv  $AC$ , iar punctul  $P$  se află pe latura  $AB$ , astfel încât dreptele  $MP$  și  $AB$  sunt perpendiculare.



(2p) a) Arată că  $BP = 2$  cm.

(3p) b) Arată că lungimea segmentului  $PN$  este mai mare decât  $3\sqrt{3}$  cm.

5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul echilateral  $ABC$ . Punctul  $D$  se află pe latura  $AC$  astfel încât  $AD = 2$  cm și  $DC = 4$  cm iar punctul  $E$  se află pe dreapta  $BC$  astfel încât dreptele  $ED$  și  $AC$  sunt perpendiculare.

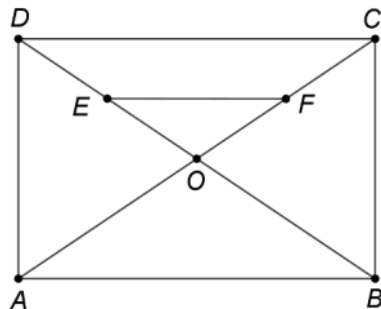


(2p) a) Arată că  $EB = 2$  cm.

(3p) b) Calculează distanța de la punctul  $E$  la dreapta  $CF$ , unde  $\{F\} = ED \cap AB$ .

5. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul  $ABCD$  cu  $AB = 8$  cm,  $AD = 6$  cm și  $O$  este punctul de intersecție a dreptelor  $AC$  și  $BD$ .

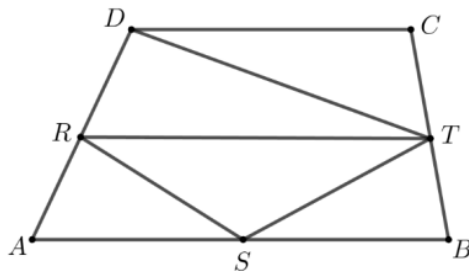
Punctul  $E$  este mijlocul segmentului  $OD$ , iar punctul  $F$  este mijlocul segmentului  $CO$ .



(2p) a) Determină lungimea segmentului  $EF$ .

(3p) b) Determină aria trapezului  $DEFC$ .

5. În figura alăturată este reprezentat trapezul  $ABCD$  cu  $AB \parallel CD$ ,  $AB = 6$  cm și  $CD = 4$  cm. Punctele  $R$ ,  $S$  și  $T$  sunt mijloacele laturilor  $AD$ ,  $AB$ , respectiv  $BC$ .



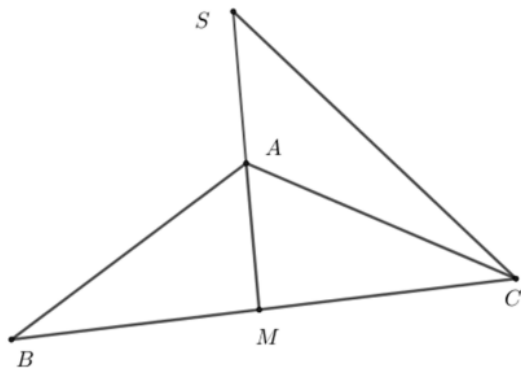
(2p) a) Arată că lungimea segmentului  $RT$  este egală cu 5 cm.

(3p) b) Arată că aria patrulaterului  $DRST$  este egală cu jumătate din aria trapezului  $ABCD$ .

5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul  $ABC$ , cu  $AB = AC = 10$  cm și  $\angle BAC = 120^\circ$ . Punctul  $M$  este mijlocul segmentului  $BC$ , și punctul  $S$  este simetricul punctului  $M$  față de punctul  $A$ .

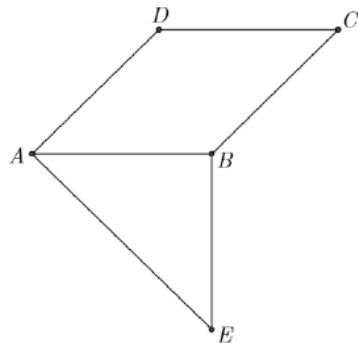
(2p) a) Arată că  $BC = 10\sqrt{3}$  cm.

(3p) b) Demonstrează că distanța de la punctul  $M$  la dreapta  $SC$  este mai mică decât 7 cm.



- 
5. În figura alăturată sunt reprezentate rombul  $ABCD$  cu măsura unghiului  $BAD$  egală cu  $45^\circ$  și triunghiul dreptunghic isoscel  $ABE$  cu  $AB = BE = 10$  cm. Punctele  $C$  și  $E$  sunt de o parte și de alta a dreptei  $AB$ .

- (2p) a) Arată că dreapta  $DA$  este perpendiculară pe dreapta  $AE$ .
- (3p) b) Arată că tangenta unghiului  $CAE$  este egală cu  $\sqrt{2} + 1$ .

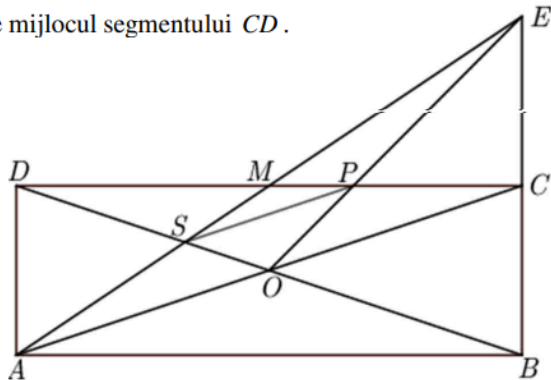


5. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul  $ABCD$  cu  $AB = 9\sqrt{10}$  cm și  $AC = 30$  cm. Dreptele  $AC$  și  $BD$  se intersectează în punctul  $O$ , iar punctul  $M$  este mijlocul segmentului  $CD$ .

Dreptele  $BC$  și  $AM$  se intersectează în punctul  $E$ , iar dreptele  $OE$  și  $CD$  se intersectează în punctul  $P$ .

(2p) a) Arată că aria dreptunghiului  $ABCD$  este egală cu  $270 \text{ cm}^2$ .

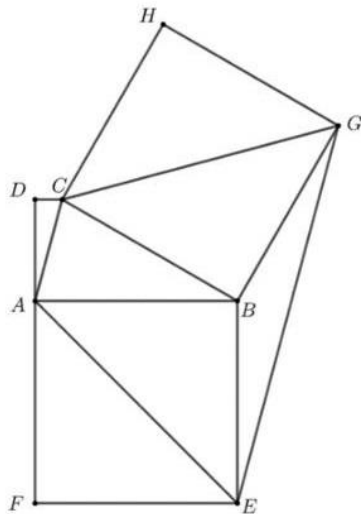
(3p) b) Arată că lungimea segmentului  $SP$  este egală cu 10 cm, unde  $S$  este punctul de intersecție a dreptelor  $AM$  și  $BD$ .



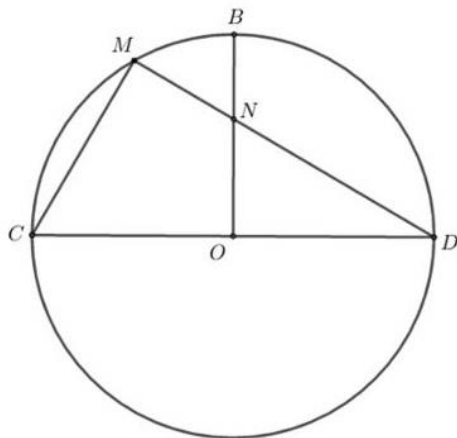
5. În figura alăturată este reprezentat trapezul  $ABCD$  cu  $AB \parallel CD$ ,  $AB = 2 \cdot AD = 4\text{ cm}$ , măsura unghiului  $BAD$  egală cu  $90^\circ$  și măsura unghiului  $ABC$  egală cu  $30^\circ$ . În exteriorul trapezului se construiesc pătratele  $ABEF$  și  $BCHG$ .

(2p) a) Arată că  $BC = 4\text{ cm}$ .

(3p) b) Demonstrează că patrulaterul  $AEGC$  este trapez isoscel.



5. În figura alăturată este reprezentat cercul de centru  $O$ , în care  $CD$  este diametru. Punctul  $B$  aparține cercului astfel încât dreptele  $BO$  și  $CD$  sunt perpendiculare. Punctul  $M$  aparține arcului mic  $BC$ , dreptele  $DM$  și  $BO$  se intersectează în punctul  $N$ ,  $DN = 2 \cdot MN$  și  $MN = 4$  cm.



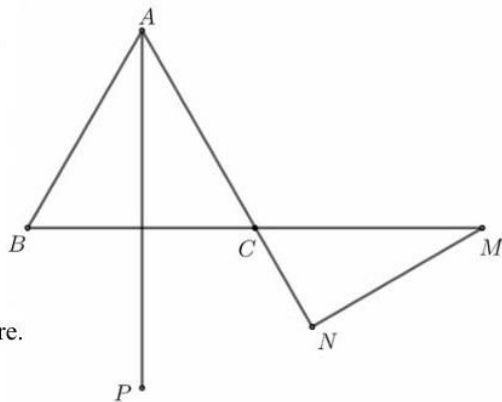
- (2p) a) Arată că măsura unghiului  $CMD$  este egală cu  $90^\circ$ .
- (3p) b) Calculează aria triunghiului  $DON$ .
-

5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul echilateral

$ABC$  cu  $AB = 6\text{ cm}$ . Punctele  $B$ ,  $C$  și  $M$  sunt coliniare și punctul  $C$  este mijlocul segmentului  $BM$ . Punctul  $N$  este proiecția punctului  $M$  pe dreapta  $AC$ , iar dreapta  $BC$  este mediatoarea segmentului  $AP$ .

(2p) a) Arată că lungimea segmentului  $NC$  este egală cu  $3\text{ cm}$ .

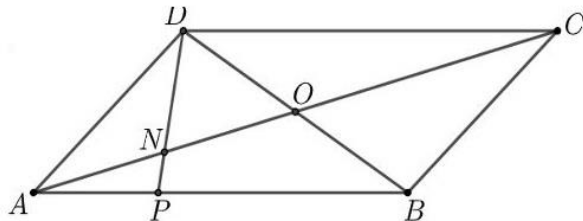
(3p) b) Demonstrează că punctele  $M$ ,  $N$  și  $P$  sunt coliniare.



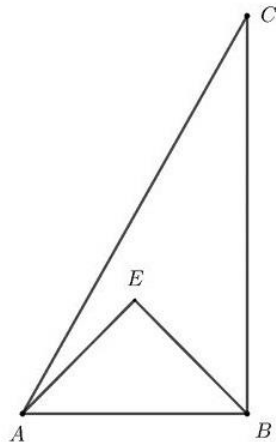
5. În figura alăturată este reprezentat paralelogramul  $ABCD$  cu  $AB = 15\text{ cm}$ . Punctul  $P$  aparține laturii  $AB$ , astfel încât  $PB = 2AP$  și  $O$  este punctul de intersecție a dreptelor  $AC$  și  $BD$ .

(2p) a) Arată că lungimea segmentului  $AP$  este egală cu  $5\text{ cm}$ .

(3p) b) Determină raportul dintre aria triunghiului  $ANP$  și aria triunghiului  $DNO$ , unde  $N$  este punctul de intersecție a dreptelor  $AC$  și  $DP$ .



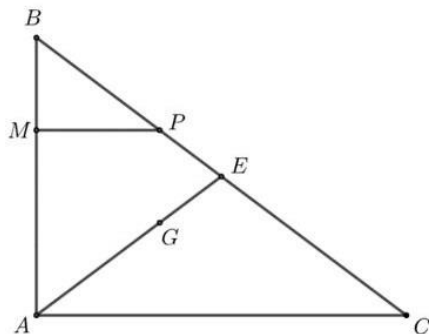
5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul  $ABC$ , dreptunghic în  $B$ , cu  $AB = 2\sqrt{2}$  cm,  $BC = 2\sqrt{6}$  cm și triunghiul dreptunghic isoscel  $AEB$  cu  $AE = EB$ . Punctele  $E$  și  $C$  sunt de aceeași parte a dreptei  $AB$ .



**(2p) a)** Arată că perimetrul triunghiului  $ABC$  este egal cu  $2\sqrt{2}(3 + \sqrt{3})$  cm.

**(3p) b)** Calculează distanța de la punctul  $E$  la dreapta  $AC$ .

5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul  $ABC$ , dreptunghic în  $A$ , cu  $AB = 9$  cm și  $AC = 12$  cm. Punctul  $M$  se află pe latura  $AB$ ,  $BM = 3$  cm. Paralela prin  $M$  la dreapta  $AC$  intersectează dreapta  $BC$  în punctul  $P$ , punctul  $G$  este centrul de greutate a triunghiului  $ABC$  și  $E$  este punctul de intersecție a dreptelor  $AG$  și  $BC$ .



**(2p) a)** Arată că lungimea segmentului  $BC$  este egală cu 15 cm.

**(3p) b)** Calculează aria patrulaterului  $MGE P$ .